

	<p style="text-align: center;">UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</p> <p style="text-align: center;">Curso 2025-2026</p> <p style="text-align: center;">MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II</p>	<p style="text-align: center;">Modelo</p>
<p style="text-align: center;">INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN</p> <p>El examen consta de 4 ejercicios: el primero sin apartados optativos y los tres siguientes con posibilidad de elección. Todas las respuestas deben ser razonadamente justificadas.</p> <p>CALIFICACIÓN: cada ejercicio se valorará sobre 2,5 puntos.</p> <p>DURACIÓN: 90 minutos.</p>		

EJERCICIO 1 (2,5 puntos) Responda los dos apartados. Este ejercicio no tiene opcionalidad.

En la Comunidad Autónoma de Aragón se encuentra la única Denominación de Origen Protegida (DOP) de melocotón, el *Melocotón de Calanda*, que celebró su 26º aniversario en 2025. El Departamento de Agricultura de Aragón registró comercialmente para la DOP tres variedades tradicionales de este producto, *Jesca*, *Calante* y *Evaísa*. La DOP exige unas características que deben cumplir sus frutos en cuanto a su aspecto, coloración, calibre, dureza, contenido en azúcar, etc.

- 1.a)** (1 punto) La información recogida durante estos años permite indicar que el peso de los melocotones de la variedad *Jesca* puede ser aproximado por una distribución normal con desviación típica 50 gramos. Determine el número mínimo de melocotones que sería necesario seleccionar en una muestra aleatoria simple para estimar el peso medio de los melocotones de esta variedad de manera que, con un nivel de confianza del 96,8 %, el margen de error en la estimación no supere los 15 gramos.
- 1.b)** (1,5 puntos) Durante los dos últimos meses de crecimiento, los melocotones de la DOP *Melocotón de Calanda* permanecen embolsados uno a uno en el propio árbol mediante bolsas protectoras que garantizan su pureza y evitan el contacto con productos fitosanitarios. Se calcula que en la última campaña se embolsaron unos 250 millones de melocotones. Pese a ello, las tormentas de verano con granizo pueden dañar un 5 % de los frutos. En una cooperativa de las empresas certificadas se reciben melocotones para su comercialización como DOP y se inspecciona una muestra aleatoria simple de 400 melocotones. Obtenga el número esperado de melocotones no dañados y calcule, aproximando por la distribución normal adecuada, la probabilidad de que al menos 375 melocotones no estén dañados.

EJERCICIO 2 (2,5 puntos) Responda únicamente a una de las dos preguntas, o bien **2.1** o **2.2**.

Pregunta 2.1

Se consideran las matrices A y B dadas por:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

2.1.a) (1,5 puntos) Calcule la matriz C tal que $(I + 2C^t)^{-1} = A$, donde I es la matriz identidad de orden dos.

2.1.b) (1 punto) Calcule, si es posible, la matriz D tal que $D^t = \frac{B^t B}{|B B^t|}$.

Nota: para cualquier matriz M , M^t indica su matriz traspuesta.

Pregunta 2.2

El azafrán ecológico es una especia culinaria muy apreciada y costosa. Una empresa lo envasa y comercializa en distintos formatos: sobres de papel reciclado, cajas de plástico y cajas de metal. Cada uno de ellos se envasa en una línea de envasado diferente. Se sabe que el total del azafrán pendiente de envasar a última hora de un día determinado se podría distribuir bien en 15 sobres de papel y 4 cajas de plástico, o bien en 4 cajas de plástico y 3 cajas de metal. Por otra parte, el contenido de un sobre de papel más el de una caja de plástico es 5 gramos inferior que el de una caja de metal. Además, si al total del contenido de 5 cajas de plástico se le añade un gramo más de azafrán, se dobla la capacidad conjunta de los otros dos envases. Indique cuántos gramos de azafrán contiene cada uno de los envases en que puede comercializarse el azafrán.

EJERCICIO 3 (2,5 puntos) Responda únicamente a una de las dos preguntas, o bien **3.1** o **3.2**.

Pregunta 3.1

Dada la función real de variable real definida por la siguiente expresión:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{3-x} & \text{si } x < 1, \\ \frac{2-x}{3+x} & \text{si } x \geq 1. \end{cases}$$

3.1.a) (1,3 puntos) Estudie la continuidad de $f(x)$ en el punto $x = 1$ y determine sus asíntotas.

3.1.b) (1,2 puntos) Calcule el área de la región acotada del plano delimitada por la gráfica de la función $g(x) = (3x^2 + 9x)f(x)$, el eje de abscisas y las rectas $x = 1$ y $x = 3$.

Pregunta 3.2

Dada la función real de variable real $f(x) = \frac{2x^2 - 3x}{a}$ donde $a > 0$ es un parámetro real.

3.2.a) (1,2 puntos) Determine los cortes con los ejes de coordenadas, así como los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

3.2.b) (1,3 puntos) Determine el valor de a para que la función $f(x)$ tenga una primitiva, $F(x)$, que verifique $F(0) = 2$ y $F(3) = 7$.

EJERCICIO 4 (2,5 puntos) Responda únicamente a una de las dos preguntas, o bien **4.1** o **4.2**.

Pregunta 4.1

De dos sucesos A y B se sabe que $P(B) = 0,5$, $P(A | B) = 0,2$ y $P(A \cup B) = 0,8$.

4.1.a) (0,8 puntos) Obtenga la probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos sucesos.

4.1.b) (0,7 puntos) Calcule la probabilidad de que ocurra el suceso B pero no el suceso A .

4.1.c) (1 punto) Justifique razonadamente si los sucesos A y B son independientes.

Pregunta 4.2

En una comunidad de vecinos se ha realizado una votación para analizar la conveniencia de instalar placas solares como medida de ahorro energético. El 26 % de los propietarios votaron en blanco y el resto se repartieron por igual entre los favorables a esta medida y los que votaron en contra. Un 10 % de los que votaron en blanco son propietarios que tienen la vivienda alquilada. Entre los propietarios favorables a esta medida, un 18 % también la tienen alquilada y sólo un 5 % la tienen alquilada entre los propietarios que votaron en contra. Como no hay voluntarios, el presidente de la Comunidad para el próximo año se elegirá por sorteo entre los propietarios de todas las viviendas.

4.2.a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que el futuro presidente de la comunidad de vecinos tenga la vivienda alquilada?

4.2.b) (1,5 puntos) Una vez realizado el sorteo, se comprueba que el nuevo presidente no tiene su vivienda alquilada. ¿Cuál es la probabilidad de que estuviera a favor de la instalación de placas solares en la votación realizada?