



### INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, responda a cuatro preguntas siguiendo las indicaciones dadas al inicio de cada bloque.

**CALIFICACIÓN:** Cada pregunta se valorará sobre 2,5 puntos y cada apartado se calificará según la puntuación indicada en el mismo.

**TIEMPO:** 90 minutos.

**Bloque Campo gravitatorio** (En esta pregunta no hay opcionalidad).

#### Pregunta 1

Un equipo de astronautas se dirige a un planeta de masa desconocida. Con el objetivo de poder determinar su masa una vez que estén en su superficie, previamente calibran un muelle en la Tierra suspendiendo del mismo distintas masas. La gráfica que obtienen se puede ver en la figura 1.

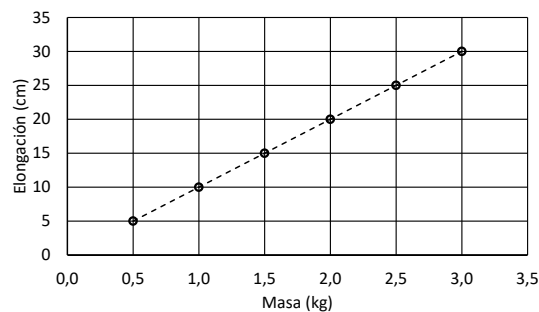


Figura 1: Elongación del muelle en la superficie de la Tierra

Cuando llegan al planeta desconocido utilizan las mismas masas y miden la elongación del muelle, para así determinar la gravedad en la superficie. En este caso, obtienen la gráfica de la figura 2.

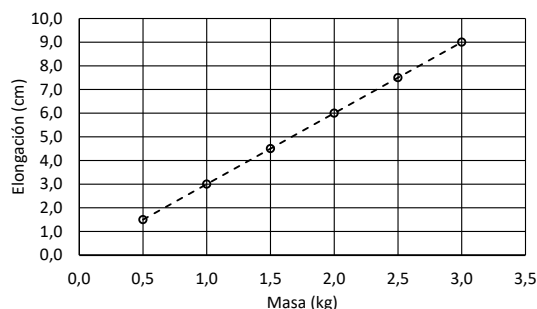


Figura 2: Elongación del muelle en la superficie del planeta desconocido

- (0,5 puntos) Halle la constante del muelle utilizando la gráfica de la figura 1, aproximando el valor de la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra como  $g = 10 \text{ m s}^{-2}$ .
- (1 punto) Determine la aceleración de la gravedad en la superficie del planeta utilizando la gráfica de la figura 2.
- (1 punto) Sabiendo que el radio del planeta es de  $3,5 \cdot 10^3 \text{ km}$ , calcule la masa del planeta.

**Dato:** Constante de Gravitación Universal,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ .

## Bloque Campo electromagnético (Elija una entre las preguntas 2.A. y 2.B.)

**Pregunta 2.A.-** Sea una distribución de tres cargas puntuales fijas, situadas en los vértices de un triángulo equilátero, en el plano  $xy$ :  $Q_1 = 4 \text{ nC}$  situada en el punto  $P_1(0, 0) \text{ cm}$ ,  $Q_2 = -2 \text{ nC}$  situada en el punto  $P_2(2, 2\sqrt{3}) \text{ cm}$  y  $Q_3 = -4 \text{ nC}$  situada en el punto  $P_3(4, 0) \text{ cm}$ .

- (1 punto) Calcule la fuerza total que  $Q_1$  y  $Q_2$  ejercen sobre la carga  $Q_3$ .
- (1,5 puntos) Obtenga la energía electrostática de la distribución de cargas.

**Dato:** Constante de la ley de Coulomb,  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$ .

**Pregunta 2.B.-** Un hilo rectilíneo infinito situado paralelo al eje  $x$ , que pasa por el punto  $(0, 0, 2) \text{ cm}$ , transporta una corriente  $I_1 = 5 \text{ A}$  en el sentido positivo del eje  $x$ . Un segundo hilo paralelo al primero, que pasa por el punto  $(0, 2, 0) \text{ cm}$ , transporta una corriente  $I_2 = 3 \text{ A}$  en el sentido negativo del eje  $x$ .

- (1,5 puntos) Obtenga el campo magnético creado por ambos hilos en el origen de coordenadas.
- (1 punto) Calcule el módulo de la fuerza por unidad de longitud que ejerce el primer hilo sobre el segundo.

**Dato:** Permeabilidad magnética del vacío,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$ .

---

## Bloque Vibraciones y Ondas (Elija una entre las preguntas 3.A. y 3.B.)

**Pregunta 3.A.-** Sean dos fuentes sonoras puntuales de potencias  $P_1$  y  $P_2$  separadas 8 m. La suma de sus potencias es de 50 W. Si la intensidad medida en un punto situado en el segmento que une ambas fuentes, a 2 m de distancia de la fuente de potencia  $P_1$ , es de  $7,3 \cdot 10^{-1} \text{ W m}^{-2}$ , determine:

- (1,5 puntos) Los valores de las potencias de las fuentes  $P_1$  y  $P_2$ .
- (1 punto) El nivel de intensidad sonora en el punto medio entre ambas fuentes.

**Dato:** Intensidad umbral,  $I_0 = 1 \cdot 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$ .

**Pregunta 3.B.-** Se desea fabricar un espejo convexo tal que, al situar un objeto a la izquierda del espejo a 12 cm de distancia, se forme una imagen cuyo tamaño se reduzca a la cuarta parte de su tamaño original.

- (1,5 puntos) Determine la posición en la que se formará la imagen y el radio de curvatura del espejo.
- (1 punto) Realice el correspondiente diagrama de rayos.

---

## Bloque Física relativista, cuántica, nuclear y de partículas (Elija una entre las preguntas 4.A. y 4.B.)

**Pregunta 4.A.-** Un protón tiene una masa en reposo equivalente a una energía de 938,2 MeV. El protón es acelerado hasta alcanzar una velocidad que es un 75 % de la velocidad de la luz. Determine:

- (1,25 puntos) La masa en reposo del protón.
- (1,25 puntos) La energía cinética del protón.

**Datos:** Velocidad de la luz en el vacío,  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ ; Valor absoluto de la carga del electrón,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .

**Pregunta 4.B.-** En el interior del recinto de la central nuclear de Springfield, en una zona contaminada permanentemente con  $^{231}\text{Th}$ , ha crecido una parra. Homer Simpson va a la parra y se come  $n$  uvas. Ocho horas más tarde, sale de la central nuclear y al medir su actividad radiactiva se obtiene un valor de  $1,19 \cdot 10^6 \text{ Bq}$ . Si cada uva contiene en el momento de ser cogida de la parra  $1,50 \cdot 10^{-12} \text{ g}$  de  $^{231}\text{Th}$ , calcule:

- (1 punto) El tiempo de vida media del  $^{231}\text{Th}$  y la actividad inicial de cada uva.
- (1,5 puntos) El número total de uvas que ha ingerido Homer Simpson.

**Datos:** Masa atómica del  $^{231}\text{Th}$ ,  $M_{231\text{Th}} = 231 \text{ u}$ ; Número de Avogadro,  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ ; Período de semidesintegración del  $^{231}\text{Th}$ ,  $T_{1/2} = 25,5 \text{ horas}$ .

## Orientaciones Examen Física EvAU

Los contenidos de los seis repertorios de examen se ajustarán a los previstos en la legislación vigente recogida en el Decreto 64/2022, de 20 de julio de 2022 del Consejo de Gobierno, por el que se establecen para la Comunidad de Madrid la ordenación y el currículo del Bachillerato (BOCM de 26 de julio de 2022) y en el Real Decreto 534/2024, de 11 de junio de 2024 (BOE de 12 de junio), por el que se regulan los requisitos de acceso a las enseñanzas universitarias oficiales de Grado, las características básicas de la prueba de acceso y la normativa básica de los procedimientos de admisión.

Los repertorios constarán de una pregunta competencial de alguno de los Bloques del temario de la asignatura: Campo gravitatorio, Campo electromagnético, Vibraciones y Ondas o Física relativista, cuántica, nuclear y de partículas. Esta primera pregunta carecerá de opciones. A continuación, habrá dos preguntas de cada uno de los tres Bloques restantes, a elegir una de ellas.

### CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN FÍSICA

- ★ Las preguntas deben contestarse razonadamente, valorando en su resolución una adecuada estructuración y el rigor en su desarrollo.
- ★ Se valorará positivamente la inclusión de pasos detallados, así como la realización de diagramas, dibujos y esquemas.
- ★ En la corrección de las preguntas se tendrá en cuenta el proceso seguido en la resolución de las mismas, valorándose positivamente la identificación de los principios y leyes físicas involucradas.
- ★ Se valorará la destreza en la obtención de resultados numéricos y el uso correcto de las unidades en el Sistema Internacional.
- ★ Se evaluará la coherencia, la cohesión, la corrección gramatical, léxica y ortográfica de los textos producidos, así como su presentación.
- ★ Cada pregunta, debidamente justificada y razonada con la solución correcta, se calificará con un máximo de 2,5 puntos.
- ★ En las preguntas que consten de varios apartados, la calificación máxima será la indicada en cada uno de ellos (desglosada en múltiplos de 0,25 puntos).

## SOLUCIONES

(Documento de trabajo orientativo)

### Pregunta 1

Un equipo de astronautas se dirige a un planeta de masa desconocida. Con el objetivo de poder determinar su masa una vez que estén en su superficie, previamente calibran un muelle en la Tierra suspendiendo del mismo distintas masas. La gráfica que obtienen se puede ver en la figura 1.

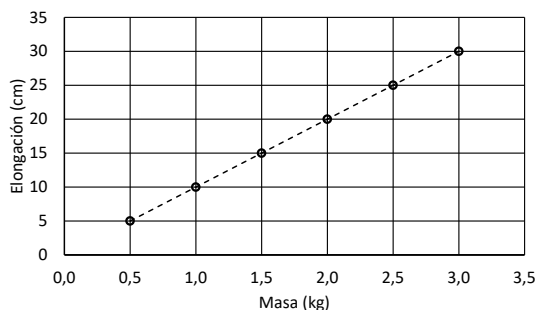


Figura 1: Elongación del muelle en la superficie de la Tierra

Cuando llegan al planeta desconocido utilizan las mismas masas y miden la elongación del muelle, para así determinar la gravedad en la superficie. En este caso, obtienen la gráfica de la figura 2.

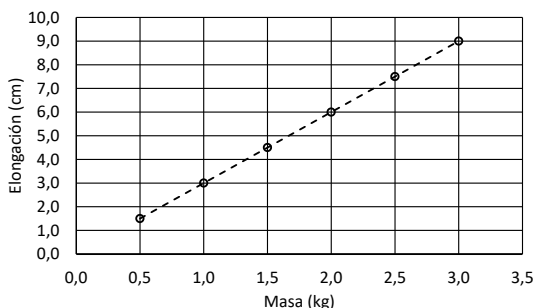


Figura 2: Elongación del muelle en la superficie del planeta desconocido

- (0,5 puntos) Halle la constante del muelle utilizando la gráfica de la figura 1, aproximando el valor de la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra como  $g = 10 \text{ m s}^{-2}$ .
- (1 punto) Determine la aceleración de la gravedad en la superficie del planeta utilizando la gráfica de la figura 2.
- (1 punto) Sabiendo que el radio del planeta es de  $3,5 \cdot 10^3 \text{ km}$ , calcule la masa del planeta.

**Dato:** Constante de Gravitación Universal,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ .

### Solución:

- Los astronautas cuelgan una masa de un extremo del muelle, por lo que el muelle se alargará una distancia  $x$ , y en el equilibrio se cumple:

$$F_{\text{muelle}} = \text{peso} \Rightarrow Kx = mg_T \Rightarrow x = \frac{g_T}{K}m$$

donde  $g_T$  es la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra,  $x$  es la elongación del muelle,  $m$  es la masa del objeto y  $K$  es la constante elástica del muelle.

Según la expresión hay una relación lineal entre el desplazamiento y la masa que cuelga del muelle, siendo la pendiente de la recta:

$$\text{pendiente} = \frac{g_T}{K}$$

Según la figura, podemos calcular la pendiente como el cociente entre la elongación y la masa en alguno de los puntos medidos, ya que son lineales. Escogemos el punto de masa 2 kg y elongación 20 cm (0,2 m):

$$\text{pendiente} = \frac{0,2}{2} = \frac{g_T}{K} \Rightarrow K = g_T \frac{2}{0,2} = \frac{10 \cdot 2}{0,2} = 100 \text{ N m}^{-1}$$

Por tanto:

$$K = 100 \text{ N m}^{-1}$$

- b) Conocida la constante del muelle, podemos determinar la aceleración de la gravedad en el planeta,  $g_P$ , utilizando la segunda gráfica.

$$Kx = m g_P \Rightarrow g_P = \frac{Kx}{m}$$

Será necesario calcular la pendiente de la gráfica como en el caso anterior, escogiendo el punto de elongación 6 cm (0,06 m) y de masa 2 kg:

$$pendiente = \frac{x}{m} = \frac{0,06}{2} = 0,03 \text{ m kg}^{-1}$$

Dado que conocemos la constante elástica  $K$ , podemos hallar  $g_P$ :

$$g_P = K \text{ pendiente} = 100 \cdot 0,03 = 3 \text{ m s}^{-2}$$

Por tanto:

$$g_P = 3 \text{ m s}^{-2}$$

- c) Para hallar la masa del planeta, utilizamos la ley de la gravitación universal:

$$g_P = G \frac{M_P}{R_P^2} \Rightarrow M_P = \frac{g_P R_P^2}{G} = 5,51 \cdot 10^{23} \text{ kg}$$

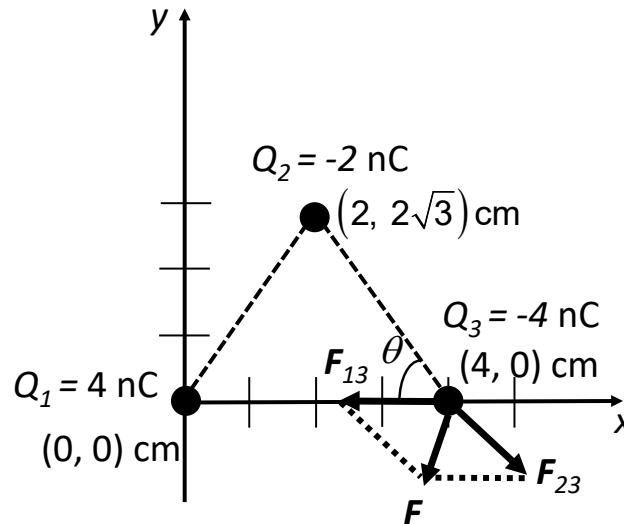
**Pregunta 2.A.-** Sea una distribución de tres cargas puntuales fijas, situadas en los vértices de un triángulo equilátero, en el plano  $xy$ :  $Q_1 = 4 \text{ nC}$  situada en el punto  $P_1(0, 0) \text{ cm}$ ,  $Q_2 = -2 \text{ nC}$  situada en el punto  $P_2(2, 2\sqrt{3}) \text{ cm}$  y  $Q_3 = -4 \text{ nC}$  situada en el punto  $P_3(4, 0) \text{ cm}$ .

a) (1 punto) Calcule la fuerza total que  $Q_1$  y  $Q_2$  ejercen sobre la carga  $Q_3$ .

b) (1,5 puntos) Obtenga la energía electrostática de la distribución de cargas.

**Dato:** Constante de la ley de Coulomb,  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$ .

**Solución:**



a) Según la ley de Coulomb, la fuerza entre dos cargas viene dada por la expresión:

$$\vec{F}_{ij} = K \frac{Q_i Q_j}{r_{ij}^2} \vec{u}_{ij}$$

La fuerza total sobre la carga  $Q_3$  será:

$$\vec{F} = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = K \frac{Q_1 Q_3}{r_{13}^2} \vec{u}_{13} + K \frac{Q_2 Q_3}{r_{23}^2} \vec{u}_{23}$$

Según la figura se cumple:

$$r_{13}^2 = 4^2 = 16 \text{ cm}^2; \quad r_{23}^2 = 2^2 + (2\sqrt{3})^2 = 16 \text{ cm}^2$$

$$\vec{u}_{13} = \vec{i}; \quad \vec{u}_{23} = \cos \theta \vec{i} - \text{sen} \theta \vec{j} = \frac{2}{4} \vec{i} - \frac{2\sqrt{3}}{4} \vec{j} = \frac{1}{2} \vec{i} - \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{j}$$

Por consiguiente, la fuerza neta será:

$$\begin{aligned} \vec{F} &= \frac{9 \cdot 10^{-9} \cdot (4 \cdot 10^{-9}) \cdot (-4 \cdot 10^{-9})}{16 \cdot 10^{-4}} \vec{i} + \frac{9 \cdot 10^{-9} \cdot (-2 \cdot 10^{-9}) \cdot (-4 \cdot 10^{-9})}{16 \cdot 10^{-4}} \left( \frac{1}{2} \vec{i} - \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{j} \right) = \\ &= \left( -\frac{36 \cdot 4 \cdot 10^{-9}}{16 \cdot 10^{-4}} + \frac{18 \cdot 4 \cdot 10^{-9}}{32 \cdot 10^{-4}} \right) \vec{i} - \frac{18 \cdot 4\sqrt{3} \cdot 10^{-9}}{32 \cdot 10^{-4}} \vec{j} = (-6,75 \cdot 10^{-5} \vec{i} - 3,90 \cdot 10^{-5} \vec{j}) \text{ N} \end{aligned}$$

Luego la fuerza neta sobre la carga  $Q_3$  es:

$$\vec{F} = (-6,75 \cdot 10^{-5} \vec{i} - 3,90 \cdot 10^{-5} \vec{j}) \text{ N}$$

b) La energía total de la distribución de cargas es la energía total de interacción entre todas las cargas. Es decir:

$$E = E_{12} + E_{13} + E_{23} = K \frac{Q_1 Q_2}{r_{12}} + K \frac{Q_1 Q_3}{r_{13}} + K \frac{Q_2 Q_3}{r_{23}}$$

Como  $r_{12} = r_{13} = r_{23} = 4$  cm, sustituyendo los datos obtenemos:

$$E = -3,6 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

Por tanto, la energía electrostática de la distribución de carga es:

$$E = -3,6 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

**Pregunta 2.B.-** Un hilo rectilíneo infinito situado paralelo al eje  $x$ , que pasa por el punto  $(0, 0, 2)$  cm, transporta una corriente  $I_1 = 5$  A en el sentido positivo del eje  $x$ . Un segundo hilo paralelo al primero, que pasa por el punto  $(0, 2, 0)$  cm, transporta una corriente  $I_2 = 3$  A en el sentido negativo del eje  $x$ .

- (1,5 puntos) Obtenga el campo magnético creado por ambos hilos en el origen de coordenadas.
- (1 punto) Calcule el módulo de la fuerza por unidad de longitud que ejerce el primer hilo sobre el segundo.

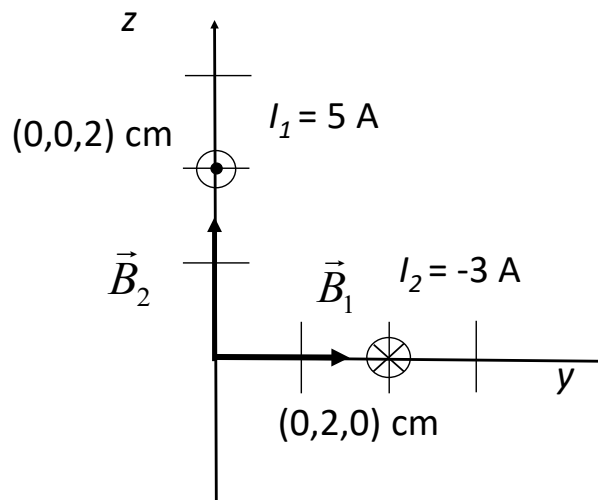
**Dato:** Permeabilidad magnética del vacío,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  T m A<sup>-1</sup>.

**Solución:**

- El valor del campo magnético creado por un hilo rectilíneo infinito en un punto, está dado por la expresión:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{u}$$

Donde la dirección del vector unitario viene dada aplicando la regla de la mano derecha. Según el principio de superposición:



$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1} \vec{u}_1 + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2} \vec{u}_2$$

Según la figura:

$$\vec{B} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-2}} \vec{j} + \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-2}} \vec{k} = \left( 5 \cdot 10^{-5} \vec{j} + 3 \cdot 10^{-5} \vec{k} \right) \text{ T}$$

Luego:

$$\vec{B} = \left( 5 \cdot 10^{-5} \vec{j} + 3 \cdot 10^{-5} \vec{k} \right) \text{ T}$$

- Para calcular el módulo de la fuerza que por unidad de longitud ejerce el hilo de intensidad  $I_1$  sobre el hilo de intensidad  $I_2$ , tenemos en cuenta que ambos hilos son paralelos, por lo que la expresión para el módulo de la fuerza es:

$$\left| \frac{\vec{F}_{12}}{L} \right| = \frac{\mu_0 |I_1| |I_2|}{2\pi d}$$

Donde  $d$  es la distancia entre ambos hilos. Por tanto:

$$\left| \frac{\vec{F}_{12}}{L} \right| = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \frac{3 \cdot 5}{\sqrt{2^2 + 2^2} \cdot 10^{-2}} = 1,06 \cdot 10^{-4} \text{ N m}^{-1}$$

Luego:

$$\left| \frac{\vec{F}_{12}}{L} \right| = 1,06 \cdot 10^{-4} \text{ N m}^{-1}$$

Nota: la fuerza es repulsiva, pues los sentidos de las corrientes son opuestos.



**Pregunta 3.A.-** Sean dos fuentes sonoras puntuales de potencias  $P_1$  y  $P_2$  separadas 8 m. La suma de sus potencias es de 50 W. Si la intensidad medida en un punto situado en el segmento que une ambas fuentes, a 2 m de distancia de la fuente de potencia  $P_1$ , es de  $7,3 \cdot 10^{-1} \text{ W m}^{-2}$ , determine:

- (1,5 puntos) Los valores de las potencias de las fuentes  $P_1$  y  $P_2$ .
- (1 punto) El nivel de intensidad sonora en el punto medio entre ambas fuentes.

**Dato:** Intensidad umbral,  $I_0 = 1 \cdot 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$ .

**Solución:**

- Para determinar las potencias de las fuentes  $P_1$  y  $P_2$  debemos considerar la información disponible:

$$P_1 + P_2 = 50 \text{ W} \quad I_{1A} + I_{2A} = \frac{P_1}{4\pi d_1^2} + \frac{P_2}{4\pi d_2^2} = 7,3 \cdot 10^{-1} \text{ W m}^{-2}$$

Por tanto:

$$\frac{P_1}{4\pi \cdot 2^2} + \frac{P_2}{4\pi \cdot 6^2} = 7,3 \cdot 10^{-1} \Rightarrow \frac{P_1}{4} + \frac{P_2}{36} = 4\pi 7,3 \cdot 10^{-1}$$

Finalmente, el sistema de ecuaciones que debemos resolver es:

$$P_1 + P_2 = 50 \quad (1)$$

$$9P_1 + P_2 = 36 \cdot 4\pi 7,3 \cdot 10^{-1} = 330,24 \quad (2)$$

Resolvemos el sistema de ecuaciones al hacer (2) - (1):

$$8P_1 = 330,24 - 50 = 280,24 \Rightarrow P_1 = \frac{280,24}{8} = 35,03 \text{ W}$$

$$\Rightarrow P_2 = 50 - P_1 = 50 - 35 = 14,97 \text{ W}$$

Por tanto:

$$P_1 = 35 \text{ W}; \quad P_2 = 15 \text{ W}$$

- Calculamos el nivel de intensidad sonora en el punto intermedio entre ambas fuentes, es decir en un punto situado a 4 m de cada una de las fuentes. Primero calculamos la intensidad en dicho punto:

$$I_B = I_{1B} + I_{2B} = \frac{P_1}{4\pi d_1^2} + \frac{P_2}{4\pi d_2^2} = \frac{35,03}{4\pi \cdot 4^2} + \frac{14,97}{4\pi \cdot 4^2} = 0,249 \text{ W m}^{-2}$$

El nivel de intensidad sonora será:

$$\beta = 10 \log \frac{I_B}{I_0} = 10 \log \left( \frac{0,249}{10^{-12}} \right) = 113,96 \text{ dB}$$

Por tanto:

$$\beta = 114 \text{ dB}$$

**Pregunta 3.B.-** Se desea fabricar un espejo convexo tal que, al situar un objeto a la izquierda del espejo a 12 cm de distancia, se forme una imagen cuyo tamaño se reduzca a la cuarta parte de su tamaño original.

- (1,5 puntos) Determine la posición en la que se formará la imagen y el radio de curvatura del espejo.
- (1 punto) Realice el correspondiente diagrama de rayos.

**Solución:**

- La ecuación característica para los espejos es:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

La ecuación para los aumentos es:

$$\frac{y}{y'} = -\frac{s}{s'}$$

En el caso de un espejo convexo la imagen que se va a formar es siempre virtual, derecha y menor. Si tenemos en cuenta la segunda ecuación, como  $s = -12$  cm e  $y' = y/4$  tenemos que:

$$\frac{y}{y'} = \frac{y}{\frac{y}{4}} = 4 = -\frac{s}{s'} \Rightarrow s' = -\frac{s}{4} = -\frac{-12}{4} = 3 \text{ cm}$$

Si tenemos en cuenta la ecuación característica de los espejos:

$$\frac{1}{-12} + \frac{1}{3} = \frac{1}{f} \Rightarrow -\frac{1}{12} + \frac{4}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = 4 \text{ cm}$$

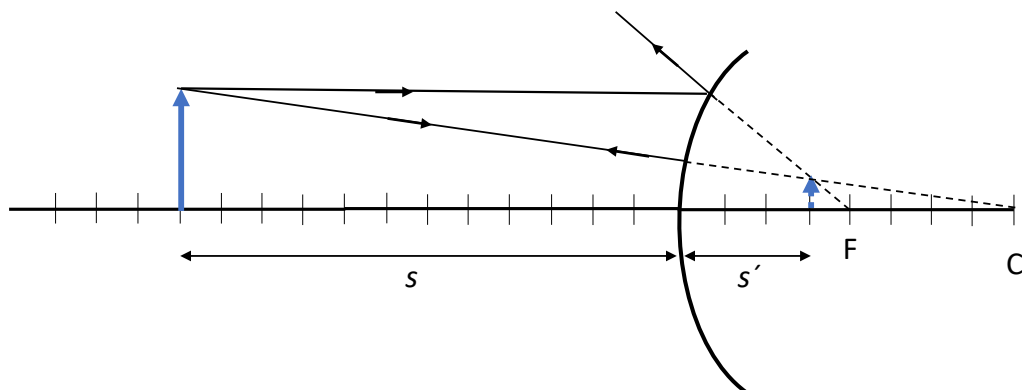
La relación entre el radio de curvatura y el foco es:

$$f = \frac{R}{2} \Rightarrow R = 2f = 2 \cdot 4 = 8 \text{ cm}$$

Por consiguiente:

$$s' = 3 \text{ cm}; R = 8 \text{ cm}$$

- El diagrama de rayos es el de la figura:



**Pregunta 4.A.-** Un protón tiene una masa en reposo equivalente a una energía de 938,2 MeV. El protón es acelerado hasta alcanzar una velocidad que es un 75 % de la velocidad de la luz. Determine:

- a) (1,25 puntos) La masa en reposo del protón.
- b) (1,25 puntos) La energía cinética del protón.

**Datos:** Velocidad de la luz en el vacío,  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ ; Valor absoluto de la carga del electrón,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .

**Solución:**

- a) Para calcular la masa en reposo de la partícula tenemos en cuenta la siguiente relación entre la energía y la masa:

$$E_0 = m_0 c^2 \Rightarrow m_0 = \frac{E_0}{c^2}$$

Sustituyendo por sus valores:

$$m_0 = \frac{938,2 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

Por tanto:

$$m_0 = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

- b) Determinamos la energía cinética del protón cuando su velocidad es  $0,75c$ :

$$mc^2 = m_0 c^2 + E_c \Rightarrow E_c = mc^2 - m_0 c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - m_0 c^2 = m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1 \right)$$

Sustituyendo cada parámetro por su valor:

$$E_c = 1,67 \cdot 10^{-27} (3 \cdot 10^8)^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{0,75c}{c}\right)^2}} - 1 \right) = 7,69 \cdot 10^{-11} \text{ J} = \frac{7,69 \cdot 10^{-11}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 480,8 \text{ MeV}$$

Luego:

$$E_C = 7,69 \cdot 10^{-11} \text{ J} = 480,8 \text{ MeV}$$

**Pregunta 4.B.-** En el interior del recinto de la central nuclear de Springfield, en una zona contaminada permanentemente con  $^{231}\text{Th}$ , ha crecido una parra. Homer Simpson va a la parra y se come  $n$  uvas. Ocho horas más tarde, sale de la central nuclear y al medir su actividad radiactiva se obtiene un valor de  $1,19 \cdot 10^6$  Bq. Si cada uva contiene en el momento de ser cogida de la parra  $1,50 \cdot 10^{-12}$  g de  $^{231}\text{Th}$ , calcule:

- a) (1 punto) El tiempo de vida media de  $^{231}\text{Th}$  y la actividad inicial de cada uva.  
 b) (1,5 puntos) El número total de uvas que ha ingerido Homer Simpson.

**Datos:** Masa atómica de  $^{231}\text{Th}$ ,  $M_{231\text{Th}} = 231$  u; Número de Avogadro,  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$  mol $^{-1}$ ; Período de semidesintegración de  $^{231}\text{Th}$ ,  $T_{1/2} = 25,5$  horas.

**Solución:**

- a) El tiempo de vida media es:

$$\tau = \frac{1}{\lambda}$$

Donde  $\lambda$  es la constante radiactiva

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{25,52 \cdot 3600} = 7,54 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$

El tiempo de vida media es:

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} = \frac{25,52}{\ln 2} = 36,82 \text{ horas} = \frac{1}{7,54 \cdot 10^{-6}} = 1,33 \cdot 10^5 \text{ s}$$

La actividad inicial de una uva es:

$$A_0 = \lambda N = \lambda \frac{m}{M_{Th}} N_A = \frac{7,54 \cdot 10^{-6} \cdot 1,50 \cdot 10^{-12} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{231} = 2,95 \cdot 10^4 \text{ Bq}$$

Por consiguiente:

$$\tau = 1,33 \cdot 10^5 \text{ s} = 36,82 \text{ horas}; A_0 = 2,95 \cdot 10^4 \text{ Bq}$$

- b) Determinamos el número de uvas que se ha comido Homer:  
 Como Homer ha comido  $n$  uvas, la actividad tras 8 horas será:

$$A_1 = n A_0 e^{-\frac{t_1}{\tau}}$$

Donde  $t_1 = 8$  horas

Por tanto:

$$A = n A_0 e^{-\frac{t_1}{\tau}} = n 2,95 \cdot 10^4 e^{-\frac{8}{36,82}} = 2,374 \cdot 10^4 n = 1,19 \cdot 10^6$$

$$\Rightarrow n = \frac{1,19 \cdot 10^6}{2,374 \cdot 10^4} = 50,13$$

Por tanto, Homer se ha comido 50 uvas.