MATEMÁTICAS

2º BACHILLERATO
Optimización

2022- Julio B.3- Un investigador ha desarrollado un fertilizante para un determinado cultivo. Los estudios de mercado indican que los ingresos, I(x), en miles de euros, vienen expresados por la función

$$I(x) = x\ \frac{170-0.85x}{5};$$

en la que x representa la demanda del producto, expresada en miles de litros. Por otra parte, los costes de producción que asume la empresa, en miles de euros, se expresan en función de la demanda mediante la función $C(x) = 10 + 2x + x^2$

a) Proporcione una expresión para la función beneficio en términos de la demanda x y encuentre la cantidad de producto que debería venderse para maximizarlo. Obtenga también el beneficio máximo. **Sol. B(x) = -** $\boldsymbol{\frac{117x^2-3200x+1000}{100}}$**. 13675.21 litros. Beneficio de 208803.42€**

b) Determine entre qué valores debería encontrarse la cantidad demandada de fertilizante para que el coste medio, C(x)/x, no supere los diez mil euros. **Sol. Entre 1550.51 y 6449.48 litros**

Nota: Exprese los resultados con 2 cifras decimales.

2023- Modelo A.3- Una pastelería hace diariamente una cantidad de dulces cuya masa requiere de un tiempo de reposo, el cual tiene que ser de una a dos horas. La pastelería usa un ingrediente secreto. La cantidad necesaria de ingrediente secreto, medida en gramos, varía en función del tiempo de reposo de la masa según la siguiente función:

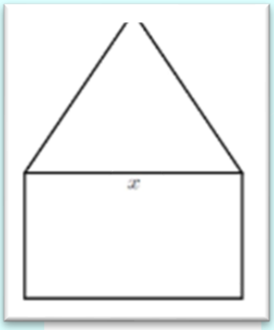
$Q(t) = 1/2t^4 - 3t^2 + 5,\ 1 \leq t \leq 2$

siendo t el tiempo de reposo medido en horas.

a) La producción diaria de dulces tiene un coste fijo de 150 euros m^2 más el coste por el uso del ingrediente secreto, el cual cuesta 100 euros/gramo. Obtenga la función que representa el coste de producción diaria de estos dulces y encuentre el tiempo de reposo de la masa que minimiza dicho coste. Indique el valor del coste mínimo.
Sol. $\boldsymbol{C(t) = 150 + 100\,(1/2t^4 - 3t^2 + 5) = 50(t^4 - 6t^2 + 13)}$. $\sqrt{3}$ **Horas con un coste mínimo de 200**

b) Obtenga el tiempo de reposo que maximiza el coste de producción e indique la cantidad de ingrediente secreto que se necesitaría en este caso. **Sol. T = 1**

2019- Junio-Coincidentes B.3- Disponemos de 10 metros de una barra metálica. Con ella queremos construir una estructura formada por un rectángulo que está rematado por arriba por un triángulo equilátero. La base del triángulo coincide con el lado superior del rectángulo, como se observa en la figura. Para construir la estructura, se cortan 6 trozos de la barra original de longitudes adecuadas y se sueldan para obtener la forma pedida.



a) Si denotamos por x la base del triángulo, calcular su altura en función de x. **Sol. h(x) = (x $\sqrt{3}$)/2**
b) Determinar como debemos cortar la base original para que la estructura resultante encierre un área total máxima. **Sol. X = 1.595 m y = 1.809 m**

2019- Modelo A.3- La contaminación por NO_2, en cierta estación de medición de una ciudad, durante el pasado mes de abril, se puede modelar por la función $c(t) = 80 - 6t + \frac{23t^2}{20} - \frac{t^3}{30}$ mg / m³ donde t pertenece [0, 30] representa el tiempo, expresado en días, transcurrido desde las 0 horas del día 1 de abril.

a) ¿Qué nivel de NO_2, habría a las 12 horas del día 10 de abril? **Sol. 98.21 mg/ m³**
b) ¿En qué momento se alcanzó el nivel máximo de NO_2? ¿Cuál fue ese nivel máximo? **Sol. El máximo se da el día 20 con 153.33 mg / m³**

2018- Junio-Coincidentes B.3- Una firma de alta perfumería pretende sacar al mercado un frasco de un perfume exclusivo que contenga 12 ml de esencia pura más una cantidad variable, x, de alcohol. El precio de la esencia pura es de 48 euros el mililitro. Al añadir alcohol a la esencia, el precio de la mezcla resultante disminuye. Sabiendo que por cada mililitro de alcohol añadido el precio del mililitro de la mezcla se reduce 3 euros, se pide:

a) Determinar el precio del frasco del perfume en el caso x = 0 (El frasco sólo contiene los 12 ml de esencia) **Sol 576 euros.**
b) Expresar en función de x el precio del frasco que contiene (12 + x) ml de mezcla. **Sol. f(x) = $-3x^2 + 12x + 576$**
c) Deducir con que valor de x el precio de la mezcla se hace 0. **Sol. 16 ml**
d) Sin tener en cuenta otros costes, determinar el valor de x para el que se obtiene el frasco de perfume (mezcla) de precio máximo. Indicar en este la capacidad del frasco y el precio resultante. **Sol. 2, 588 euros.**

2018- Junio A.3- En un experimento en un laboratorio se han realizado 5 medidas del mismo objeto, que han dado los resultados siguientes: m_1 = 0;92; m_2 = 0;94; m_3 = 0;89; m_4 = 0;90; m_5 = 0;91. Se tomará como resultado el valor de x tal que la suma de los cuadrados de los errores sea mínima. Es decir, el valor para el que la función $E(x) = (x - m_1)^2 + (x-m_2)^2 + (x-m_3)^2 + (x-m_4)^2 + (x-m_5)^2$ alcanza el mínimo. Calcule dicho valor x. **Sol. Mínimo en x = 0.912 y = 0.00148**

2017- Modelo A.3- Los estudiantes de un centro docente han organizado una rifa benéfica, con la que pretenden recaudar fondos para una ONG. Han decidido sortear un ordenador portátil, que les cuesta 600 euros. Quieren fijar el precio de la papeleta, de modo que la recaudación seamáxima. Saben que si el precio de cada una es 2 euros, venderían 5000 papeletas, pero que, por cada euro de incremento en dicho precio, venderán 500 papeletas menos. ¿A qué precio deben vender la papeleta?

Si el único gasto que tienen es la compra del ordenador, ¿cuánto dinero podrán donar a la ONG? **Sol. $f(x) = x\,(5000 - (x-2)\,500) = -500x^2 + 6000x$; 6€ por papeleta y 17.400€ podrán donar.**

2017- Junio A.3- Se administra una medicina a un enfermo y t horas después la concentración en sangre del principio activo viene dada por $c(t) = t\,e^{-t/2}$ miligramos por mililitro.

Determine el valor máximo de c(t) e indique en qué momento se alcanza dicho valor máximo. **Sol. Máximo en el punto (2, 2/e) = (2, 0.736)**

Sabiendo que la máxima concentración sin peligro es de 1 mg/ml, señale si en algún momento hay riesgo para el paciente. **Sol. El paciente no llega a estar en riesgo ya que el máximo está por debajo de 1 mg/ml.**

2017- Septiembre-Coincidentes B.3- Se dispone de una plancha de cartón cuadrada cuyo lado mide 1,2 metros. Determínense las dimensiones de la caja (sin tapa) de volumen máximo que se puede construir, recortando un cuadrado igual a cada esquina de la plancha y doblando adecuadamente para unir las aristas resultantes de los cortes. **Sol. x = 0.2 con un volumen máximo de V = 0.128**