	UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO Curso **2022-2023** MATERIA: **MATEMÁTICAS II**	D

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente el examen, responda razonadamente **cuatro** preguntas cualesquiera a elegir entre las ocho que se proponen. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas**

CALIFICACIÓN: Cada pregunta se calificará sobre 2.5 puntos.
TIEMPO: 90 minutos.

A.1. Calificación máxima: 2.5 puntos.

En una obra, para transportar la tierra extraída para la construcción de los cimientos de un edificio, se usan tres tipos de camiones diferentes: A, B y C. Los camiones de tipo A tienen una capacidad de 14 toneladas, los de tipo B, de 24 toneladas y los de tipo C, de 28 toneladas. Habría que traer un camión más de tipo A para igualar al número de camiones restantes. El $10\,\%$ de la capacidad de todos los camiones tipo B supone un séptimo de la de los de mayor tonelaje. Hoy, realizando un único viaje cada camión a máxima capacidad, se han extraído de la obra 302 toneladas de tierra. ¿Cuanta tierra ha sido transportada hoy por los camiones de cada tipo?

A.2. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dada la función $f(x) = \sqrt[3]{(x^2-1)^2}$, se pide:

a) (0.25 puntos) Estudiar si es par o impar.

b) (0.75 puntos) Estudiar su derivabilidad en el punto $x = 1$.

c) (1.5 puntos) Estudiar sus extremos relativos y absolutos.

A.3. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Sean los puntos $A(1,-2,3)$, $B(0,2,-1)$ y $C(2,1,0)$. Se pide:

a) (1.25 puntos) Comprobar que forman un triángulo T y hallar una ecuación del plano que los contiene.

b) (0.75 puntos) Calcular el corte de la recta que pasa por los puntos A y B con el plano $z = 1$.

c) (0.5 puntos) Determinar el perímetro del triángulo T.

A.4. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Se tiene un suceso A de probabilidad $P(A) = 0.3$.

a) (0.75 puntos) Un suceso B de probabilidad $P(B) = 0.5$ es independiente de A. Calcule $P(A \cup B)$.

b) (0.75 puntos) Otro suceso C cumple $P(C \mid A) = 0.5$. Determine $P(A \cap \overline{C})$.

c) (1 punto) Si se tiene un suceso D tal que $P(\overline{A} \mid D) = 0.2$ y $P(D \mid A) = 0.5$, calcule $P(D)$.

B.1. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dado el sistema $\left\{\begin{array}{lllllll} (a+1)x & + & 4y & & & = 0 \\ & & (a-1)y & + & z & = 3 \\ 4x & + & 2ay & + & z & = 3 \end{array}\right.$, se pide:

a) (1.25 puntos) Discutirlo en función del parámetro a.

b) (0.5 puntos) Resolverlo para $a = 3$.

c) (0.75 puntos) Resolverlo para $a = 5$.

B.2. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dada la función real de variable real definida sobre su dominio como $f(x) = \left\{\begin{array}{lll} \dfrac{x^2}{2+x^2} & \text{si} & x \leq -1 \\ \dfrac{2x^2}{3-3x} & \text{si} & x > -1 \end{array}\right.$, se pide:

a) (0.75 puntos) Estudiar la continuidad de la función en $\mathbb{R}$.

b) (1 punto) Calcular el siguiente límite: $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)^{2x^2-1}$.

c) (0.75 puntos) Calcular la siguiente integral: $\displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)dx$.

B.3. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dada la recta $r \equiv \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{-2}$, el plano $\pi : x - z = 2$ y el punto $A(1,1,1)$, se pide:

a) (0.75 puntos) Estudiar la posición relativa de r y π y calcular su intersección, si existe.

b) (0.75 puntos) Calcular la proyección ortogonal del punto A sobre el plano π.

c) (1 punto) Calcular el punto simétrico del punto A con respecto a la recta r.

B.4. Calificación máxima: 2.5 puntos.

La longitud de la sardina del Pacífico (*Sardinops sagax*) se puede considerar que es una variable aleatoria con distribución normal de media 175 mm y desviación típica 25.75 mm.

a) (1 punto) Una empresa envasadora de esta variedad de sardinas solo admite como sardinas de calidad aquellas con una longitud superior a 16 cm. ¿Qué porcentaje de las sardinas capturadas por un buque pesquero serán de la calidad que espera la empresa envasadora?

b) (0.5 puntos) Hallar una longitud $t < 175$ mm tal que entre t y 175 mm estén el $18\,\%$ de las sardinas capturadas.

c) (1 punto) En altamar se procesan las sardinas en lotes de 10. Posteriormente se devuelven al mar las sardinas de cada lote que son menores de 15 cm por considerarlas pequeñas. ¿Cuál es la probabilidad de que en un lote haya al menos una sardina devuelta por pequeña?