UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS
UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO
Curso **2020-2021**
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente el examen, responda razonadamente **cuatro** preguntas cualesquiera a elegir entre las ocho que se proponen.

TIEMPO Y CALIFICACIÓN: 90 minutos. Cada pregunta se calificará sobre 2.5 puntos.

A.1. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Tres amigas, Sara, Cristina y Jimena, tienen un total de 15000 seguidores en una red social. Si Jimena perdiera el 25% de sus seguidores todavía tendría el triple de seguidores que Sara. Además, la mitad de los seguidores de Sara más la quinta parte de los de Cristina suponen la cuarta parte de los seguidores de Jimena. Calcule cuántos seguidores tiene cada una de las tres amigas.

A.2. Calificación máxima: 2.5 puntos.

a) (1.25 puntos) Calcule, en caso de existir, el valor de los siguientes límites:

a.1) (0.5 puntos) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2(1-2x)}{x-2x^2-\operatorname{sen} x}$ a.2) (0.75 puntos) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{1}{x}\left(\dfrac{3}{x}-\dfrac{2}{\operatorname{sen}\frac{1}{x}}\right)$

(**Indicación**: use el cambio de variable $t = 1/x$ donde sea necesario).

b) (1.25 puntos) Calcule las siguientes integrales:

b.1) (0.5 puntos) $\displaystyle\int \frac{x}{x^2-1}\,dx$ b.2) (0.75 puntos) $\displaystyle\int_0^1 x^2e^{-x}\,dx$

A.3. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dado el punto $A(1,0,-1)$, la recta $r \equiv x-1 = y+1 = \dfrac{z-2}{2}$ y el plano $\pi \equiv x+y-z=6$, se pide:

a) (0.75 puntos) Hallar el ángulo que forman el plano π y el plano perpendicular a la recta r que pasa por el punto A.

b) (0.75 puntos) Determinar la distancia entre la recta r y el plano π.

c) (1 punto) Calcular una ecuación de la recta que pasa por A, forma un ángulo recto con la recta r y no corta al plano π.

A.4. Calificación máxima: 2.5 puntos.

En una urna hay dos bolas blancas y cuatro bolas negras. Se extrae una bola al azar. Si la bola extraída es blanca, se devuelve a la urna y se añade otra bola blanca; si es negra, no se devuelve a la urna. A continuación, se vuelve a extraer una bola al azar de la urna.

a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas extraídas sean de distinto color?

b) (1.5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que la primera bola extraída fuera negra, sabiendo que la segunda ha sido blanca?

B.1. Calificación máxima: 2.5 puntos.

a) (0.75 puntos) Encuentre un único sistema de dos ecuaciones lineales en las variables x e y, que tenga como soluciones $\{x = 1, y = 2\}$ y $\{x = 0, y = 0\}$.

b) (1 punto) Encuentre un sistema de dos ecuaciones lineales en las variables x, y y z cuyas soluciones sean, en función del parámetro $\lambda \in \mathbb{R}$:

$$\left\{ \begin{array}{lcl} x & = & \lambda \\ y & = & \lambda - 2 \\ z & = & \lambda - 1 \end{array} \right.$$

c) (0.75 puntos) Encuentre un sistema de tres ecuaciones lineales con dos incógnitas, x e y, que solo tenga como solución a $x = 1$ e $y = 2$.

B.2. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Sea la función

$$f(x) = x^3 - |x| + 2.$$

a) (0.75 puntos) Estudie la continuidad y la derivabilidad de f en $x = 0$.

b) (1 punto) Determine los extremos relativos de $f(x)$ en la recta real.

c) (0.75 puntos) Calcule el área de la región delimitada por la gráfica de f, el eje de abcisas $y = 0$, y las rectas $x = -1$ y $x = 1$.

B.3. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dadas las rectas

$$r \equiv \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+4}{-3}, \qquad s \equiv \left\{ \begin{array}{l} x + z = 2 \\ -2x + y - 2z = 1 \end{array} \right.$$

a) (1.5 puntos) Escriba una ecuación de la recta perpendicular común a r y a s.

b) (1 punto) Calcule la distancia entre r y s.

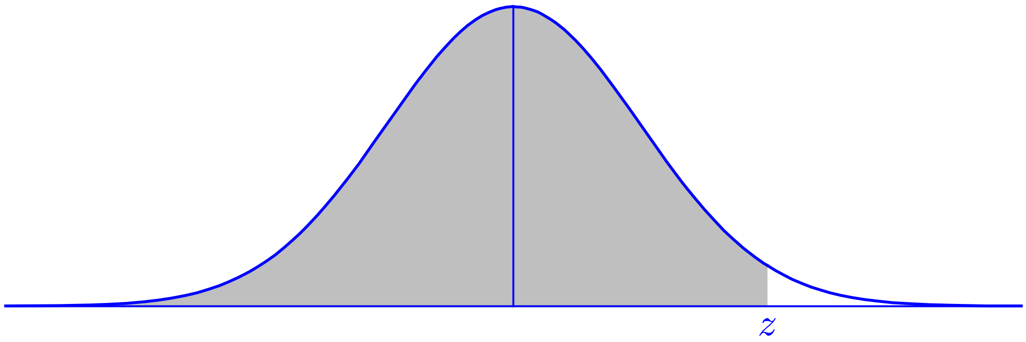
B.4. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Según las estadísticas meteorológicas, en una ciudad nórdica llueve un promedio del 45 % de los días. Un climatólogo analiza los registros pluviométricos de 100 días elegidos al azar entre los de los últimos 50 años.

a) (1 punto) Exprese cómo calcular con exactitud la probabilidad de que en 40 de ellos haya llovido.

b) (1.5 puntos) Calcule dicha probabilidad aproximándola mediante una normal.

Distribución Normal



Ejemplo: si Z tiene distribución $\mathrm{N}(0,1)$, $P(Z < 0{,}45) = 0{,}6736$.

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y ESTÁNDARES EVALUADOS EN CADA PREGUNTA

En cada pregunta, aunque el procedimiento seguido sea diferente al propuesto en el documento soluciones, cualquier argumento válido que conduzca a la solución será valorado con la puntuación asignada.

Los estándares de aprendizaje del bloque 1 se evaluarán transversalmente en todos los ejercicios, penalizando en la calificación de cada respuesta la falta de justificación razonada o de precisión y valorando las estrategias, razonamientos y toma adecuada de decisiones.

A.1.

Por plantear correctamente cada ecuación: 0.5 puntos. Resolución correcta del sistema planteado: 1 punto. Se darán como máximo 0.5 puntos si se resuelve correctamente un sistema que esté mal planteado.

Estándares de aprendizaje evaluados: Formula algebraicamente las restricciones indicadas en una situación de la vida real, estudia y clasifica el sistema de ecuaciones lineales planteado, lo resuelve en los casos que sea posible, y lo aplica para resolver problemas.

A.2.

a.1) Por cada aplicación correcta de L'Hôpital:0.25 puntos.
a.2) Por el cambio de variable: 0.5 puntos. Aplicación de L'Hôpital: 0.25 puntos.
b.1) Por resolver correctamente la integral: 0.5 puntos.
b.2) Por cada integración por partes correcta: 0.25 puntos. Por aplicar correctamente la regla de Barrow: 0.25 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluados: Aplica la regla de L'Hôpital para resolver indeterminaciones en el cálculo de límites. Aplica los métodos básicos para el cálculo de primitivas de funciones.

A.3.

a) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.25 puntos
b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
c) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluados: Obtiene las ecuaciones de rectas y planos en diferentes situaciones. Expresa la ecuación de la recta de sus distintas formas, pasando de una a otra correctamente, identificando en cada caso sus elementos característicos, y resolviendo los problemas afines entre rectas. Determina ángulos, distancias, áreas y volúmenes utilizando los productos escalar, vectorial y mixto, aplicándolos en cada caso a la resolución de problemas geométricos.

A.4.

a) Planteamiento: 0.75 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
b) Uso correcto de las fórmulas de Bayes y de la probabilidad total: 1 punto. Resolución: 0.5 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluados: Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante la regla de Laplace, las fórmulas derivadas de la axiomática de Kolmogorov y diferentes técnicas de recuento. Calcula la probabilidad final de un suceso aplicando la fórmula de Bayes.

B.1.

En los apartados **a)** y **c)**, dar el ejemplo 0.5 puntos; justificación de que cada ejemplo cumple el enunciado, 0.25 puntos. En el apartado **b)**, llegar al sistema 0.75 puntos; justificación, 0.25 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluados: Resuelve problemas susceptibles de ser representados matricialmente e interpreta los resultados obtenidos.

B.2.

a) Continuidad: 0.25 puntos. Derivabilidad: 0.5 puntos (repartidos en 0.25 por el planteamiento, y 0.25 por los cálculos).
b) Decidir que $x = 0$ es extremo: 0.25 puntos. Hallar el otro punto crítico: 0.5 puntos. Demostrar que es mínimo: 0.25 puntos.
c) Hallar la primitiva: 0.25 puntos. Aplicar la regla de Barrow: 0.25 puntos. Resultado: 0.25 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluados: Conoce las propiedades de las funciones continuas, y representa la función en un entorno de los puntos de discontinuidad. Aplica los conceptos de límite y de derivada, así como los teoremas relacionados, a la resolución de problemas. Aplica los métodos básicos para el cálculo de primitivas de funciones. Calcula el área de recintos limitados por rectas y curvas sencillas o por dos curvas.

B.3.

a) Planteamiento: 1 punto. Resolución: 0.5 puntos.
b) Planteamiento: 0.75 puntos. Resolución: 0.25 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluados: Expresa la ecuación de la recta de sus distintas formas, pasando de una a otra correctamente, identificando en cada caso sus elementos característicos, y resolviendo los problemas afines entre rectas. Obtiene la ecuación del plano en sus distintas formas, pasando de una a otra correctamente. Obtiene las ecuaciones de rectas y planos en diferentes situaciones.

B.4.

a) Por identificar la binomial 0.5 puntos. Por expresar la probabilidad 0.5 puntos.
b) Cálculo de parámetros de la normal: 0.5 puntos. Cálculo de la probabilidad: 1 punto (planteamiento: 0.5 puntos; resolución: 0.5 puntos).

Estándares de aprendizaje evaluados: Utiliza un vocabulario adecuado para describir situaciones relacionadas con el azar. Conoce las características y los parámetros de la distribución Normal y valora su importancia en el mundo científico. Calcula probabilidades de sucesos asociados a fenómenos que pueden modelizarse mediante la distribución normal a partir de la tabla de la distribución o mediante calculadora.

MATEMÁTICAS II
SOLUCIONES
(Documento de trabajo orientativo)

A.1.

$$\left.\begin{aligned} x+y+z=15000 \\ 0.75z=3x \\ \frac{x}{2}+\frac{y}{5}=\frac{z}{4} \end{aligned}\right\}$$

Sara tiene 2000 seguidores, Cristina tiene 5000 seguidores y Jimena tiene 8000 seguidores.

A.2.

a.1) Aplicando L'Hôpital dos veces: $\lim_{x\to 0} \dfrac{x^2-2x^3}{x-2x^2-\operatorname{sen} x} = \lim_{x\to 0} \dfrac{2x-6x^2}{1-4x-\cos x} = \lim_{x\to 0} \dfrac{2-12x}{-4+\operatorname{sen} x} = \boxed{-\dfrac{1}{2}}$

a.2) Haciendo el cambio de variable $t=1/x$, de forma que cuando $x\to\infty$ entonces $t\to 0$.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{1}{x}\left(\frac{3}{x}-\frac{2}{\operatorname{sen}\frac{1}{x}}\right) = \lim_{t\to 0} t\left(3t-\frac{2}{\operatorname{sen} t}\right) = \lim_{t\to 0} \frac{3t^2\operatorname{sen} t-2t}{\operatorname{sen} t} = \lim_{t\to 0} \frac{6t\operatorname{sen} t+3t^2\cos t-2}{\cos t} = \boxed{-2}$$

b.1) $\displaystyle\int \frac{x}{x^2-1}\,dx = \boxed{\frac{1}{2}\ln|x^2-1|+c}$

b.2) Calculamos primero la integral indefinida, integrando dos veces por partes:

$$\int x^2e^{-x}\,dx = \left\{\begin{array}{ll} u=x^2, & du=2xdx \\ dv=e^{-x}dx, & v=-e^{-x} \end{array}\right\} = -x^2e^{-x}+2\int xe^{-x}\,dx = \left\{\begin{array}{ll} u=x, & du=dx \\ dv=e^{-x}dx, & v=-e^{-x} \end{array}\right\} =$$

$$= -x^2e^{-x}-2xe^{-x}+2\int e^{-x}\,dx = -(x^2+2x+2)e^{-x}+c$$

Aplicando la regla de Barrow: $\displaystyle\int_0^1 x^2e^{-x}\,dx = -(1+2+2)e^{-1}+0+0+2 = \boxed{-5e^{-1}+2}$

A.3.

a) Sea α el plano perpendicular a r que pasa por A. Su vector normal tiene la dirección de la recta r, $\overrightarrow{n_\alpha}=(1,1,2)$. El vector normal al plano π es $\overrightarrow{n_\pi}=(1,1,-1)$. Por tanto, el coseno del ángulo entre π y α es $\dfrac{|\overrightarrow{n_\pi}\cdot\overrightarrow{n_\alpha}|}{|\overrightarrow{n_\pi}|\cdot|\overrightarrow{n_\alpha}|}=0$ y los dos planos son perpendiculares.

b) La recta r y el plano π son paralelos y en consecuencia, la distancia entre ellos es igual a la distancia entre un punto de la recta $P_r(1,-1,2)$ y el plano π. Por lo tanto, $d(r,\pi)=d(P_r,\pi)=\dfrac{|1-1-2-6|}{\sqrt{3}}=\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$.

c) Se comprueba que A no pertenece al plano π. El vector director de la recta s que buscamos es $\overrightarrow{d_s}$.
$\overrightarrow{d_s}=\overrightarrow{d_r}\times\overrightarrow{n_\pi}=(-3,3,0)\parallel(-1,1,0)$. Por tanto una ecuación de la recta es $s\equiv\dfrac{x-1}{-1}=y=\dfrac{z+1}{0}$.

A.4.

a) $P(B_1)=\frac{2}{6},\ P(N_2|B_1)=\dfrac{4}{7}\Rightarrow P(B_1\cap N_2)=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{4}{7}=\dfrac{4}{21};\ P(N_1)=\dfrac{4}{6},\ P(B_2|N_1)=\dfrac{2}{5}\Rightarrow P(N_1\cap B_2)=\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{2}{5}=\dfrac{4}{15}$.
Por tanto, la probabilidad de que las dos bolas sean distintas es

$$P(B_1\cap N_2)+P(N_1\cap B_2)=\frac{4}{21}+\frac{4}{15}=\frac{16}{35}\approx 0.45714.$$

b) $P(N_1|B_2)=\dfrac{P(N_1\cap B_2)}{P(B_2)}=\dfrac{4/15}{P(B_2|B_1)P(B_1)+P(B_2|N_1)P(N_1)}=\dfrac{4/15}{(3/7)(2/6)+(2/5)(4/6)}=\dfrac{28}{43}\approx 0.65116.$

B.1.

a) Podría ser el sistema $\left.\begin{array}{rcl} 2x-y &=& 0 \\ 4x-2y &=& 0 \end{array}\right\}$

b) Por ejemplo si sustituimos $\lambda = x$ en $y = \lambda - 2$ y en $z = \lambda - 1$ nos queda el siguiente sistema $\left.\begin{array}{rcl} x-y &=& 2 \\ x-z &=& 1 \end{array}\right\}$.

c) Podría ser el sistema $\left.\begin{array}{rcl} 2x-y &=& 0 \\ x+y &=& 3 \\ 2x+2y &=& 6 \end{array}\right\}$

B.2.

a) La función es continua en toda la recta real, por ser suma de funciones continuas en todo $\mathbb{R}$. Respecto a la derivabilidad en 0,

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)-f(0)}{x} = \lim_{x\to 0^+}\frac{x^3-x}{x} = \lim_{x\to 0^+}(x^2-1) = -1, \quad \lim_{x\to 0^-}\frac{f(x)-f(0)}{x} = \lim_{x\to 0^-}\frac{x^3+x}{x} = \lim_{x\to 0^-}(x^2+1) = 1$$

y por tanto f no es derivable en 0.

b) $f(0)$ es un máximo relativo. En efecto, para $x<0$ se tiene que $f(x) = x^3+x+2 = (x^3+x)+2 = (x^3+x)+f(0)$, y $x^3+x<0$. Si $x>0$ $f(x) = x^3-x+2 = (x^3-x)+f(0)$ y $x^3-x = x(x^2-1) = x(x-1)(x+1) > 0$ si $x \in (0,1)$. f es derivable en todo $x \neq 0$. Si $x<0$, $f'(x) = 3x^2+1 > 0$, luego no puede ser un extremo relativo. Cuando $x>0$, $f'(x) = 3x^2-1$ que se anula solo para $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$, y como $f''(\frac{1}{\sqrt{3}}) = 2\sqrt{3} > 0$ la función alcanza un mínimo local $f(\frac{1}{\sqrt{3}}) = 2 - \frac{2}{3\sqrt{3}}$ en ese punto.

c) Observamos que si $x \geq 0$, $f(x) \geq f(\frac{1}{\sqrt{3}}) > 0$. Por otra parte, si $x \in [-1,0]$, $f(x) = x^3+x+2 = (x+1)(x^2-x+2) \geq 0$. El área pedida es pues

$$\int_{-1}^{0}(x^3+x+2)dx + \int_{0}^{1}(x^3-x+2)dx = F(0)-F(-1)+G(1)-G(0) = 3,$$

siendo $F(x) = \frac{x^4}{4}+\frac{x^2}{2}+2x$ y $G(x) = \frac{x^4}{4}-\frac{x^2}{2}+2x$ (regla de Barrow).

B.3.

a) La recta r pasa por $P(2,-1,-4)$ y tiene vector director $\vec{u} = (1,1,-3)$. La recta s pasa por $Q(1,5,1)$ y tiene vector director $\vec{v} = (1,0,1)\times(-2,1,-2) = (-1,0,1)$. La perpendicular común a r y s es la intersección del plano π que pasa por P y tiene vectores directores $\vec{u}$ y $\vec{w} = \vec{u}\times\vec{v} = (1,1,-3)\times(-1,0,1) = (1,2,1)$ y el plano τ que pasa por Q y tiene vectores directores $\vec{v}$ y $\vec{w}$. Las ecuaciones de π y τ son

$$\pi \equiv \begin{vmatrix} x-2 & y+1 & z+4 \\ 1 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 7x-4y+z-14 = 0, \quad \tau \equiv \begin{vmatrix} x-1 & y-5 & z-1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -2(x-y+z+3) = 0$$

y por tanto la perpendicular común es $\left\{\begin{array}{l} 7x-4y+z-14=0 \\ x-y+z+3=0 \end{array}\right.$.

b) La distancia entre ambas rectas puede calcularse, por ejemplo, como el módulo de la proyección de $\overrightarrow{PQ}$ sobre la dirección de la perpendicular común a ambas rectas, $\vec{w}$. Dicha proyección es $\frac{\overrightarrow{PQ}\cdot\vec{w}}{\|\vec{w}\|}\frac{\vec{w}}{\|\vec{w}\|}$. Su módulo es:

$$|(-1,6,5)\cdot(1,2,1)|\frac{\|(1,2,1)\|}{\|(1,2,1)\|^2} = \frac{16}{\sqrt{6}} \approx 6.532.$$

B.4.

a) $X \sim B(100;0.45) \Rightarrow P(X=40) = \binom{100}{40}0.45^{40}0.55^{60}$.

b) Con $\mu = np = 100\cdot 0.45 = 45$, $\sigma = \sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)} = \sqrt{100\cdot 0.45\cdot 0.55} = \sqrt{24.75}$, aproximando con la normal:

$$\begin{aligned} P_{\text{Binom}}(X=40) &\approx P_{\text{Normal}}(39.5 \leq X \leq 40.5) = P\left(\frac{39.5-45}{\sqrt{24.75}} \leq \frac{X-45}{\sqrt{24.75}} \leq \frac{40.5-45}{\sqrt{24.75}}\right) \\ &= P(-1.11 \leq Z \leq -0.9) = P(1.11) - P(0.9) = 0.8665 - 0.8159 = 0.0506. \end{aligned}$$