	UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO Curso **2021-22** **MATERIA: FÍSICA**	**MODELO Orientativo**

<u>INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN</u>

Después de leer atentamente el examen, responda a <u>cinco</u> preguntas cualesquiera a elegir entre las diez que se proponen.

CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos (1 punto cada apartado).

TIEMPO: 90 minutos.

Pregunta A.1.- La distancia de la Tierra al Sol varía a lo largo de su órbita entre $1{,}52\cdot10^{11}$ m en su punto más alejado (afelio) y $1{,}47\cdot10^{11}$ m en el punto más próximo (perihelio).

a) Calcule el trabajo realizado por el campo gravitatorio del Sol sobre la Tierra en el tránsito del afelio al perihelio.

b) Si la energía mecánica de la Tierra en su órbita vale $-2{,}65\cdot10^{33}$ J, ¿cuál es la velocidad máxima que alcanza la Tierra en ella?

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; *Masa de la Tierra,* $M_T = 5{,}97\cdot10^{24}$ kg; *Masa del Sol,* $M_S = 1{,}99\cdot10^{30}$ kg.

Pregunta A.2.- La expresión matemática de una onda transversal que se propaga en el sentido positivo del eje *x*, con una velocidad de propagación de 4/3 m s^{-1}, es: $y(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \phi)$. Se sabe que en el instante t = 1 s el punto situado en x = 1 m tiene una aceleración de $-32\pi^2$ cm s^{-2} y un desplazamiento de +2 cm a lo largo de la dirección *y*. Si en el instante t = 0 s, el punto situado en x = 0 tiene el desplazamiento máximo de valor -2 cm, determine:

a) La frecuencia angular y el número de onda.

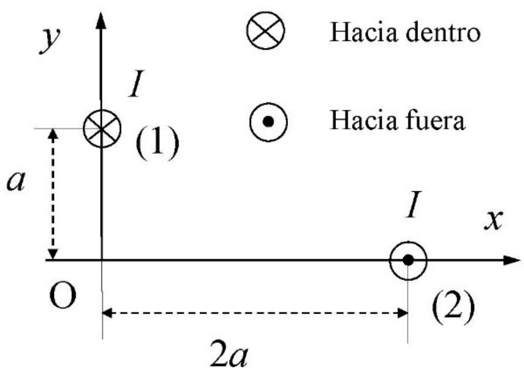
b) La amplitud y la fase inicial de la onda ϕ.

Pregunta A.3.- Dos hilos indefinidos, paralelos al eje *z*, están recorridos por una intensidad de corriente I = 2 A en los sentidos indicados en la figura. Uno de los hilos (hilo 1) corta al plano *xy* en el punto (0, *a*) y el otro (hilo 2) en el punto (2*a*, 0), siendo a = 20 cm. Calcule:

a) El campo magnético creado por ambos hilos en el origen de coordenadas, O(0, 0).

b) La fuerza magnética por unidad de longitud que ejerce el hilo 1 sobre el hilo 2.

Dato: Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ T m A^{-1}.



Pregunta A.4.- Se sitúa un objeto a la izquierda de una lente convergente, colocado verticalmente sobre el eje óptico. Determine el aumento lateral de la imagen y realice el correspondiente trazado de rayos para la formación de la imagen, si el objeto se sitúa a:

a) Una distancia de un tercio de la distancia focal de la lente.

b) Una distancia de tres veces la distancia focal de la lente.

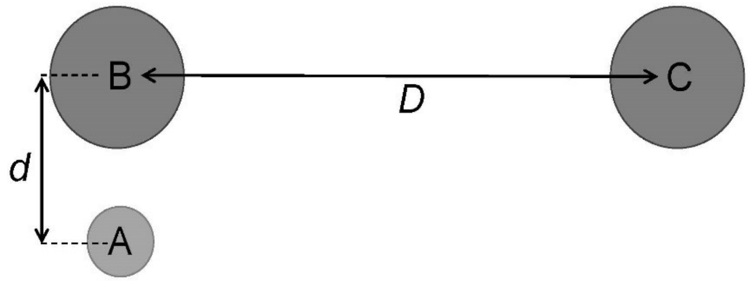
Pregunta A.5.- Al iluminar la superficie de un metal con un haz de luz de 120 nm de longitud de onda se emiten electrones por efecto fotoeléctrico que son frenados por un potencial de 7,2 V. Cuando el mismo metal se ilumina con un haz de luz de frecuencia $1{,}67\cdot10^{15}$ Hz, el potencial de frenado se reduce hasta los 3,8 V.

a) Determine el valor de la constante de Planck.

b) Halle el trabajo de extracción del metal, en eV, y el valor de su frecuencia umbral para que se produzca efecto fotoeléctrico.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3\cdot10^{8}$ m s^{-1}; *Valor absoluto de la carga del electrón,* $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C.

Pregunta B.1.- En un experimento similar al efectuado por Henry Cavendish en 1798 para determinar la constante de gravitación universal, una pequeña esfera, A, de masa m queda situada ante dos esferas, B y C, ambas de la misma masa M, de tal modo que los centros de las tres esferas corresponden a los vértices de un triángulo rectángulo de catetos D y d, como se ilustra en la figura.



a) ¿Qué relación debe existir entre D y d para que la fuerza de atracción gravitatoria de la esfera C sobre la esfera A sea la décima parte de la atracción de la esfera B sobre A?

b) Si el valor de M es de 10 kg y se encuentra que la atracción de B sobre A es la milmillonésima parte del peso de A en la superficie terrestre, ¿cuánto vale la distancia d?

Datos: Masa de la Tierra, $M_T = 5,97\cdot10^{24}$ kg; *Radio de la Tierra,* $R_T = 6,37\cdot10^{6}$ m.

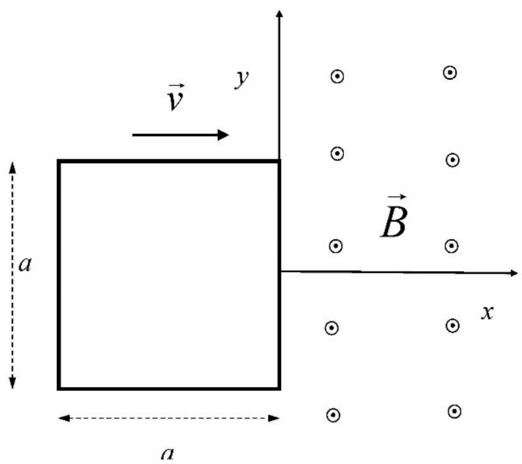
Pregunta B.2.- En el centro de una pista de circo circular se ha instalado un sonómetro (instrumento para medir el nivel de intensidad sonora). Solamente una de las filas, de forma circular alrededor de la pista y de centro el centro de la misma, está ocupada por el público asistente al espectáculo. Un faquir está actuando a 5 m del centro de la pista. En un cierto instante, el faquir emite un grito y el sonómetro marca 80 dB. A continuación, una persona del público grita y el sonómetro marca 73,98 dB. Por último, todo el público grita al unísono, marcando el sonómetro 90,97 dB. Si se asume que todos, tanto el faquir como cada espectador, gritan con la misma potencia, calcule:

a) La potencia del grito emitido por el faquir.

b) La distancia a la que se encuentra el público del centro de la pista y el número de personas que asisten al espectáculo.

Dato: Valor umbral de la intensidad acústica, $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}.

Pregunta B.3.- Una espira cuadrada, de lado a = 30 cm, penetra con una velocidad constante $\vec{v} = 3\,\vec{i}$ cm s^{-1}, en una zona (x > 0) en la que hay un campo magnético $\vec{B} = 1\cdot10^{-3}\,\vec{k}$ T. En el instante inicial, la espira está completamente fuera del campo y con uno de sus lados situado en el eje y (ver figura).



a) Represente gráficamente la fem inducida en la espira en función del tiempo.

b) Si la resistencia de la espira es de 10 Ω, obtenga el valor máximo de la intensidad que recorre la espira. Razone cuál será el sentido de la corriente inducida.

Pregunta B.4.- Un haz de luz compuesto por dos rayos monocromáticos incide desde el aire con un ángulo de incidencia de 40º sobre la superficie superior de un vidrio de 20 cm de espesor. El índice de refracción del vidrio para la primera onda es n_1 = 1,61, mientras que para la segunda onda es n_2 = 1,67.

a) Calcule la distancia entre los dos rayos a la salida del vidrio por su cara inferior.

b) Si la frecuencia de la luz del primer rayo es $4,21\cdot10^{14}$ Hz, obtenga su longitud de onda en el interior del vidrio.

Datos: Índice de refracción del aire, $n_{aire} = 1$; *Velocidad de la luz en el vacío,* $c = 3\cdot10^{8}$ m s^{-1}.

Pregunta B.5.- Un trozo de madera con 25 g de carbono procedente de la rama de un árbol fue tallado para fabricar la empuñadura de un cuchillo de sílex. Esta empuñadura se encontró posteriormente en las ruinas de una ciudad antigua mostrando una actividad en ^{14}C de 5,2 Bq. Sabiendo que, en los organismos vivos, hay $1,3\cdot10^{-12}$ átomos de ^{14}C por cada átomo de ^{12}C y que el periodo de semidesintegración del ^{14}C es de 5730 años:

a) Determine la actividad que tenía el trozo de madera cuando la rama fue cortada.

b) Calcule hace cuanto tiempo fue cortada la rama.

Dato: Masa atómica del C, $M_C = 12$ u; *Número de Avogadro,* $N_A = 6,02\cdot10^{23}$ mol^{-1}.

Orientaciones Examen Física EvAU

Para la elaboración de las pruebas se seguirán las características, el diseño y el contenido establecido en el currículo básico de las enseñanzas del segundo curso de bachillerato LOMCE que está publicado en el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, y Orden PCM/58/2022, de 2 de febrero, por la que se determinan las características, el diseño y el contenido de la evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad, y las fechas máximas de realización y de resolución de los procedimientos de revisión de las calificaciones obtenidas en el curso 2021-2022.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

FÍSICA

* Las preguntas deben contestarse razonadamente, valorando en su resolución una adecuada estructuración y el rigor en su desarrollo.

* Se valorará positivamente la inclusión de pasos detallados, así como la realización de diagramas, dibujos y esquemas.

* En la corrección de las preguntas se tendrá en cuenta el proceso seguido en la resolución de las mismas, valorándose positivamente la identificación de los principios y leyes físicas involucradas.

* Se valorará la destreza en la obtención de resultados numéricos y el uso correcto de las unidades en el Sistema Internacional.

* Cada pregunta, debidamente justificada y razonada con la solución correcta, se calificará con un máximo de 2 puntos.

* En las preguntas que consten de varios apartados, la calificación máxima será la misma para cada uno de ellos (desglosada en múltiplos de 0,25 puntos).

SOLUCIONES

(Documento de trabajo Orientativo)

Pregunta A.1.- La distancia de la Tierra al Sol varía a lo largo de su órbita entre $1,52\cdot10^{11}$ m en su punto más alejado (afelio) y $1,47\cdot10^{11}$ m en el punto más próximo (perihelio).

a) Calcule el trabajo realizado por el campo gravitatorio del Sol sobre la Tierra en el tránsito del afelio al perihelio.

b) Si la energía mecánica de la Tierra en su órbita vale $-2,65\cdot10^{33}$ J, ¿cuál es la velocidad máxima que alcanza la Tierra en ella?

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; Masa de la Tierra, $M_T = 5,97\cdot10^{24}$ kg; Masa del Sol, $M_S = 1,99\cdot10^{30}$ kg.

Solución:

a) El trabajo realizado por el campo gravitatorio del afelio al perihelio es igual a la diferencia de energía potencial de la Tierra entre el punto de partida y el de llegada:

$$W = GM_SM_T\left(\frac{1}{R_{perihelio}} - \frac{1}{R_{afelio}}\right) = 1,77\cdot10^{32}\ \text{J}$$

b) La velocidad máxima se alcanzará en el perihelio, donde la energía potencial toma su valor mínimo en la órbita; utilizando la energía mecánica proporcionada por el enunciado, encontramos:

$$E_{mec} = \frac{1}{2}M_Tv_{perihelio}^2 - G\frac{M_SM_T}{R_{perihelio}} \rightarrow v_{perihelio} = \sqrt{2\left(\frac{E_{mec}}{M_T} + \frac{GM_S}{R_{perihelio}}\right)} = 3,03\cdot10^4\ \text{m s}^{-1}$$

Pregunta A.2.- La expresión matemática de una onda transversal que se propaga en el sentido positivo del eje *x*, con una velocidad de propagación de 4/3 m s^{-1}, es: $y(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \phi)$. Se sabe que en el instante *t* = 1 s el punto situado en *x* = 1 m tiene una aceleración de $-32\pi^2$ cm s^{-2} y un desplazamiento de +2 cm a lo largo de la dirección *y*. Si en el instante *t* = 0 s, el punto situado en *x* = 0 tiene el desplazamiento máximo de valor -2 cm, determine:

a) La frecuencia angular y el número de onda.

b) La amplitud y la fase inicial de la onda ϕ.

Solución:

a) De la expresión matemática de la onda:

$$y(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \phi) \Rightarrow v = \frac{dy}{dt} = -A\omega\,\text{sen}(\omega t - kx + \phi) \Rightarrow a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2\cos(\omega t - kx + \phi)$$

Por tanto, para el punto *y*(1, 1) se cumple:

$$y(1,1) = A\cos(\omega - k + \phi) = 2\ \text{cm}$$

$$a(1,1) = -A\omega^2\cos(\omega - k + \phi) = -32\pi^2\ \text{cm s}^{-2}$$

$$\Rightarrow \frac{y(1,1)}{a(1,1)} = \frac{A\cos(\omega - k + \phi)}{-A\omega^2\cos(\omega - k + \phi)} = -\frac{1}{\omega^2} = \frac{2}{-32\pi^2} \Rightarrow \omega = 4\pi\ \text{rad s}^{-1}$$

Por otro lado, la velocidad de la onda es

$$V = \frac{\omega}{k} \Rightarrow k = \frac{\omega}{V} = \frac{4\pi}{\left(\frac{4}{3}\right)} = 3\pi\ \text{m}^{-1}$$

Luego se cumple: $\boxed{\omega = 4\pi\ \text{rad s}^{-1}}$ y $\boxed{k = 3\pi\ \text{m}^{-1}}$

b) Calculamos la amplitud y la fase. Según los datos del problema $y(0, 0) = -2$ cm, y el desplazamiento es máximo. Esto implica que la amplitud es de 2 cm. Por otro lado:

$$y(0,0) = A\cos(\phi) = -2 \text{ cm} \Rightarrow \phi = \pi \text{ rad}$$

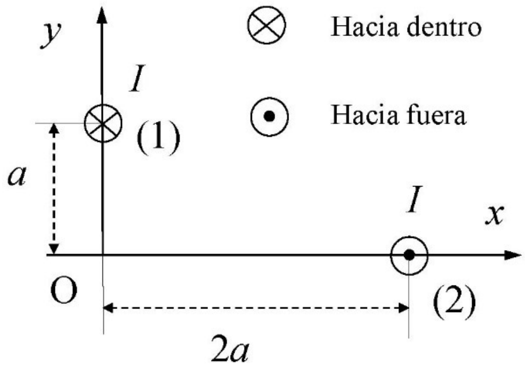
Por consiguiente, la amplitud es $\boxed{A = 2 \text{ cm}}$ y la fase es $\boxed{\phi = \pi \text{ rad}}$

Pregunta A.3.- Dos hilos indefinidos, paralelos al eje *z*, están recorridos por una intensidad de corriente *I* = 2 A en los sentidos indicados en la figura. Uno de los hilos (hilo 1) corta al plano *xy* en el punto (0, *a*) y el otro (hilo 2) en el punto (2*a*, 0), siendo *a* = 20 cm. Calcule:

a) El campo magnético creado por ambos hilos en el origen de coordenadas, O(0, 0).

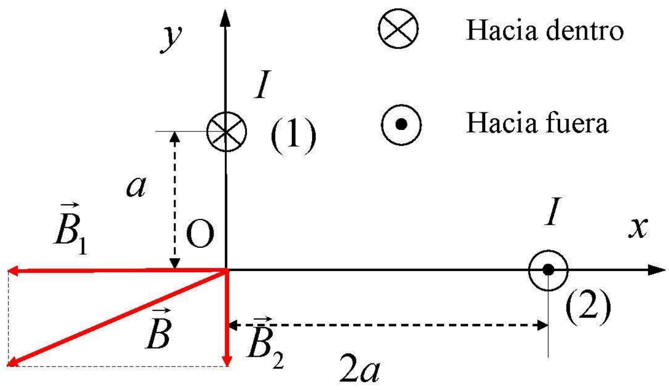
b) La fuerza magnética por unidad de longitud que ejerce el hilo 1 sobre el hilo 2.

Dato: Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ T m A^{-1}.



Solución:

a) El campo magnético creado por ambos hilos en el origen se representa en la figura. Denominando $\vec{B}_1$ el campo creado por el hilo que pasa por el punto (0, *a*) y $\vec{B}_2$ al campo creado por el hilo que pasa por el punto (2*a*, 0), tenemos:



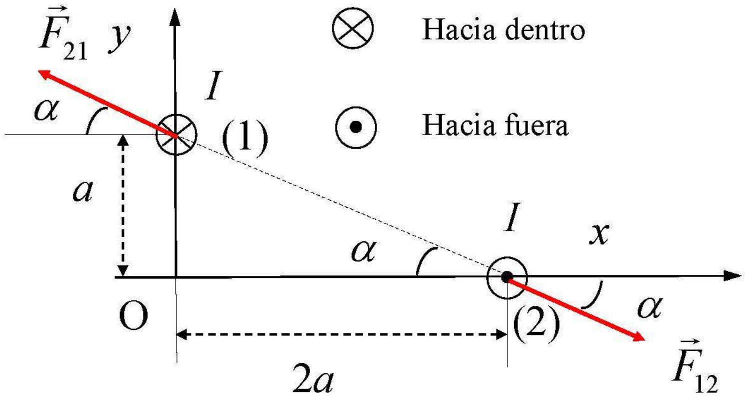
$$\vec{B}_1 = -\frac{\mu_0 I}{2\pi a}\vec{i}$$

$$\vec{B}_2 = -\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\vec{j}$$

De manera que el campo total en el origen será:

$$\boxed{\vec{B}_T = -\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(2\vec{i} + \vec{j}\right) = -1\cdot 10^{-6}\left(2\vec{i} + \vec{j}\right) \text{T}}$$

b) La fuerza por unidad de longitud entre ambos hilos será repulsiva, al estar recorridos por corrientes eléctricas de sentidos contrarios. En la figura se representan estas fuerzas. La fuerza $\vec{F}_{12}$ es la fuerza que ejerce el hilo 1 (el que pasa por (0, *a*)) sobre el hilo 2 (el que pasa por (2*a*, 0)). Consecuentemente, $\vec{F}_{21}$ es la fuerza que ejerce el hilo 2 sobre el 1.



La fuerza $\vec{F}_{12}$ será:

$$\vec{F}_{12} = \left|\vec{F}_{12}\right|\left(\cos\alpha\,\vec{i} - \operatorname{sen}\alpha\,\vec{j}\right) = \frac{\mu_0 I^2\,\ell}{2\pi\sqrt{5}a}\left(\cos\alpha\,\vec{i} - \operatorname{sen}\alpha\,\vec{j}\right)$$

El coseno y el seno del ángulo α son:

$$\cos\alpha = \frac{2a}{\sqrt{5}a} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{a}{\sqrt{5}a} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

De manera que la fuerza $\vec{F}_{12}$ por unidad de longitud será:

$$\boxed{\frac{\vec{F}_{12}}{\ell}=\frac{\mu_0 I^2}{2\pi\sqrt{5}a}\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\vec{i}-\frac{1}{\sqrt{5}}\vec{j}\right)=\frac{\mu_0 I^2}{10\pi\, a}\left(2\,\vec{i}-\vec{j}\right)=8\cdot 10^{-7}\left(2\,\vec{i}-\vec{j}\right)\,\mathrm{N\,m^{-1}}}$$

Pregunta A.4.- Se sitúa un objeto a la izquierda de una lente convergente, colocado verticalmente sobre el eje óptico. Determine el aumento lateral de la imagen y realice el correspondiente trazado de rayos para la formación de la imagen, si el objeto se sitúa a:

a) Una distancia de un tercio de la distancia focal de la lente.
b) Una distancia de tres veces la distancia focal de la lente.

Solución:

a) De la ecuación de las lentes:

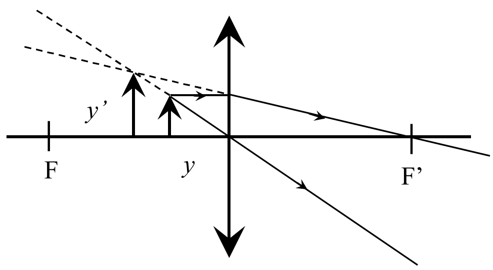
$$\frac{1}{f'}=\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}$$

Si el objeto se sitúa a la izquierda de la lente y a una distancia de 1/3 de su distancia focal, la posición será $s=-\dfrac{f'}{3}$, de donde se obtiene la posición s' de la imagen:

$$\frac{1}{s'}=\frac{1}{f'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}-\frac{3}{f'}=-\frac{2}{f'}\qquad\Rightarrow\qquad s'=-f'/2\,.$$

El aumento lateral es, por tanto:

$$m\equiv\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{-f'/2}{-f'/3}=3/2=1{,}5\,.$$



b) Utilizando de nuevo la relación entre las posiciones del objeto y la imagen y la distancia focal:

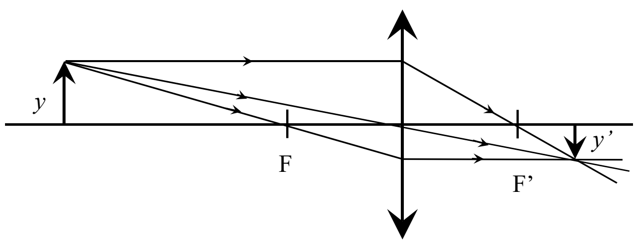
$$\frac{1}{f'}=\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}$$

Para un objeto situado a tres veces la distancia focal (a la izquierda de la lente), su posición será $s=-3f'$. De aquí, la posición s' de la imagen será:

$$\frac{1}{s'}=\frac{1}{f'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}-\frac{1}{3f'}=\frac{2}{3f'}\qquad\Rightarrow\qquad s'=3f'/2\,.$$

El aumento lateral es en este caso:

$$m\equiv\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{3f'/2}{-3f'}=-1/2=-0.5\,.$$



Pregunta A.5.- Al iluminar la superficie de un metal con un haz de luz de 120 nm de longitud de onda se emiten electrones por efecto fotoeléctrico que son frenados por un potencial de 7,2 V. Cuando el mismo metal se ilumina con un haz de luz de frecuencia $1{,}67\cdot 10^{15}$ Hz, el potencial de frenado se reduce hasta los 3,8 V.

a) Determine el valor de la constante de Planck.
b) Halle el trabajo de extracción del metal, en eV, y el valor de su frecuencia umbral para que se produzca efecto fotoeléctrico.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3\cdot 10^{8}$ m s^{-1}; *Valor absoluto de la carga del electrón,* $e = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ C.

Solución:

a) Una vez que los electrones son detenidos por el potencial de frenado se verifica que

$$E_{fotón} = W_{extracción} + e\,V_{frenado}$$

La energía de los fotones de la luz incidente en cada caso será

$$E_{fotón}(\lambda = 120\ \text{nm}) = h\cdot\nu = h\frac{c}{\lambda} = h\frac{c}{120\cdot 10^{-9}\ \text{m}}$$
$$E_{fotón}\left(\nu = 1{,}67\cdot 10^{15}\ \text{s}^{-1}\right) = h\cdot\nu = h\cdot 1{,}67\cdot 10^{15}\ \text{s}^{-1}$$

Por tanto

$$\left.\begin{aligned} h\frac{c}{120\cdot 10^{-9}\ \text{m}} &= W_{extracción} + e\cdot 7{,}2\,\text{V} \\ h\cdot 1{,}67\cdot 10^{15}\ \text{s}^{-1} &= W_{extracción} + e\cdot 3{,}8\,\text{V} \end{aligned}\right\}$$

A partir del sistema de ecuaciones anterior, podemos determinar el valor de la constante de Planck

$$h\left(\frac{c}{120\cdot 10^{-9}\ \text{m}} - 1{,}67\cdot 10^{15}\ \text{s}^{-1}\right) = e(7{,}2\,\text{V} - 3{,}8\,\text{V})$$
$$h = \frac{e(7{,}2\,\text{V} - 3{,}8\,\text{V})}{\dfrac{c}{120\cdot 10^{-9}\ \text{m}} - 1{,}67\cdot 10^{15}\ \text{s}^{-1}} = 6{,}55\cdot 10^{-34}\ \text{J s}$$

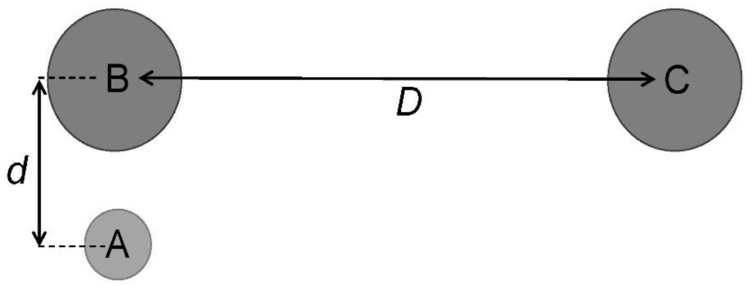
b) Conocida h, a partir de cualquiera de las ecuaciones del sistema de ecuaciones anterior se puede determinar el trabajo de extracción

$$W_{extracción} = h\frac{c}{120\cdot 10^{-9}\ \text{m}} - e\cdot 7{,}2\,\text{V} = 4{,}86\cdot 10^{-19}\ \text{J} = 3{,}03\ \text{eV}$$
$$W_{extracción} = h\cdot 1{,}67\cdot 10^{15}\ \text{s}^{-1} - e\cdot 3{,}8\,\text{V} = 4{,}86\cdot 10^{-19}\ \text{J} = 3{,}03\ \text{eV}$$

La frecuencia umbral, ν_0, de la luz para que se produzca efecto fotoeléctrico será

$$h\,\nu_0 = W_{extracción}$$
$$\nu_0 = \frac{W_{extracción}}{h} = 7{,}42\cdot 10^{14}\ \text{s}^{-1}$$

Pregunta B.1.- En un experimento similar al efectuado por Henry Cavendish en 1798 para determinar la constante de gravitación universal, una pequeña esfera, A, de masa *m* queda situada ante dos esferas, B y C, ambas de la misma masa *M,* de tal modo que los centros de las tres esferas corresponden a los vértices de un triángulo rectángulo de catetos *D* y *d,* como se ilustra en la figura.



a) ¿Qué relación debe existir entre *D* y *d* para que la fuerza de atracción gravitatoria de la esfera C sobre la esfera A sea la décima parte de la atracción de la esfera B sobre A?

b) Si el valor de *M* es de 10 kg y se encuentra que la atracción de B sobre A es la milmillonésima parte del peso de A en la superficie terrestre, ¿cuánto vale la distancia *d*?

Datos: Masa de la Tierra, $M_T = 5{,}97\cdot 10^{24}$ kg*; Radio de la Tierra,* $R_T = 6{,}37\cdot 10^{6}$ m.

Solución:

a) La condición requerida sobre las fuerzas de atracción de las esferas B y C sobre A exige, aplicando la ley de gravitación universal, que:

$$\frac{GMm}{D^2+d^2} = 0{,}1\frac{GMm}{d^2} \rightarrow D^2+d^2 = 10d^2 \rightarrow D = 3d$$

b) Empleando nuevamente la ley de gravitación universal y los datos del enunciado, calculamos la distancia *d*:

$$\frac{GMm}{d^2} = 10^{-9}\frac{GM_Tm}{R_T^2} \rightarrow d = \sqrt{10^9\frac{M}{M_T}}R_T = 0{,}26 \text{ m}$$

Pregunta B.2.- En el centro de una pista de circo circular se ha instalado un sonómetro (instrumento para medir el nivel de intensidad sonora). Solamente una de las filas, de forma circular alrededor de la pista y de centro el centro de la misma, está ocupada por el público asistente al espectáculo. Un faquir está actuando a 5 m del centro de la pista. En un cierto instante, el faquir emite un grito y el sonómetro marca 80 dB. A continuación, una persona del público grita y el sonómetro marca 73,98 dB. Por último, todo el público grita al unísono, marcando el sonómetro 90,97 dB. Si se asume que todos, tanto el faquir como cada espectador, gritan con la misma potencia, calcule:

a) La potencia del grito emitido por el faquir.

b) La distancia a la que se encuentra el público del centro de la pista y el número de personas que asisten al espectáculo.

Dato: Valor umbral de la intensidad acústica, $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}.

Solución:

a) Determinamos la potencia del grito emitido por el faquir.

Utilizando la definición del nivel de intensidad sonora, determinamos la intensidad del grito. Luego:

$$\beta(\text{dB}) = 10\log\frac{I}{I_0} \Rightarrow I = I_0 10^{\frac{\beta}{10}} \Rightarrow I = 10^{-12}10^{\frac{80}{10}} = 10^{-4} \text{ W m}^{-2}$$

La intensidad sonora y la potencia, al tratarse de una onda esférica, están relacionadas mediante la expresión:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow P = I4\pi r^2$$

Por consiguiente:

$$P = 4\pi 5^2\cdot 10^{-4} = 0{,}03142 \text{ W}$$

Luego la potencia del grito es $\boxed{P = 3{,}14\cdot 10^{-2} \text{ W}}$

b) Calculamos, en primer lugar, la distancia a la que se encuentra la fila ocupada por los espectadores. Para ello tenemos en cuenta el nivel de intensidad sonora del grito de 73,98 dB emitido por el espectador.

La intensidad del grito que llega al sonómetro es:

$$I = 10^{-12} 10^{\frac{73,98}{10}} = 10^{-4,602} \text{ W m}^{-2}$$

Por tanto, la distancia será:

$$r = \sqrt{\frac{P}{4\pi I}} = \sqrt{\frac{0,0314}{4\pi \cdot 10^{-4,602}}} = 9,997 \text{ m}$$

Para calcular el número de personas que asisten al espectáculo, tenemos en cuenta que todos gritan al unísono y desde la misma distancia. Se cumple que:

$$I_T = \frac{P_T}{4\pi r^2} = \frac{nP}{4\pi r^2} \Rightarrow n = \frac{I_T 4\pi r^2}{P}$$

Determinamos la intensidad total a partir del nivel de intensidad sonora:

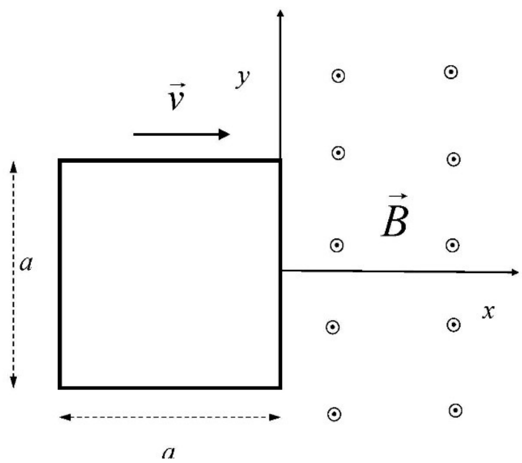
$$I_T = 10^{-12} 10^{\frac{90,97}{10}} = 10^{-2,903} \text{ W m}^{-2}$$

$$\Rightarrow n = \frac{10^{-2.903} \cdot 4\pi \cdot 9,997^2}{0,0314} = 50,01 \text{ personas}$$

Por consiguiente, la fila está a una distancia $\boxed{r = 10 \text{ m}}$ del centro de la pista y hay $\boxed{n = 50}$ personas que asisten al espectáculo.

Pregunta B.3.- Una espira cuadrada, de lado *a* = 30 cm, penetra con una velocidad constante $\vec{v} = 3\,\vec{i}$ cm s^{-1}, en una zona (*x* > 0) en la que hay un campo magnético $\vec{B} = 1 \cdot 10^{-3}\,\vec{k}$ T. En el instante inicial, la espira está completamente fuera del campo y con uno de sus lados situado en el eje *y* (ver figura).

a) Represente gráficamente la fem inducida en la espira en función del tiempo.
b) Si la resistencia de la espira es de 10 Ω, obtenga el valor máximo de la intensidad que recorre la espira. Razone cuál será el sentido de la corriente inducida.



Solución:

(a) Dibuje la fem inducida en la espira en función del tiempo.

El flujo magnético recogido por la espira varía en función del tiempo de la siguiente forma:

$$\Phi_m(t) = \begin{cases} Bvat & t \le \frac{a}{v} \\ Ba^2 & t > \frac{a}{v} \end{cases}$$

dado que el tiempo para que la espira penetre completamente en el campo magnético es *a*/*v*.

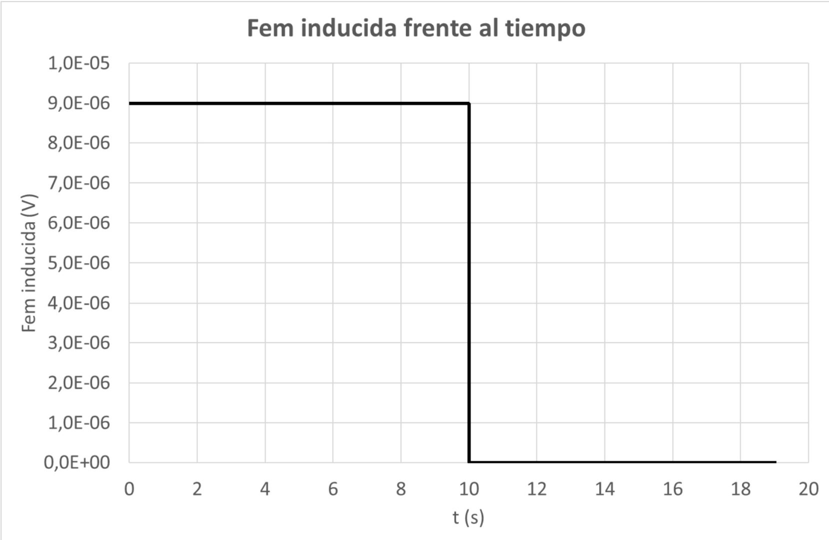
Por lo tanto, la fem inducida será:

$$\mathrm{E}(t) = -\frac{d\Phi_m}{dt} = \begin{cases} -Bva & t \le \frac{a}{v} \\ 0 & t > \frac{a}{v} \end{cases}$$

En donde el signo menos indica únicamente que la fem inducida se opone a la variación del flujo (Ley de Lenz). Sustituyendo los datos del problema, tenemos:

$$\mathcal{E}(t) = -\frac{d\Phi_m}{dt} = \begin{cases} 9{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{V} & t \leq 10\ \text{s} \\ 0 & t > 10\ \text{s} \end{cases}$$

El gráfico de la fem inducida se muestra a continuación:



b) Si la resistencia de la espira es de 10 Ω, obtenga el valor máximo de la intensidad que recorre la espira. Razone cuál será el sentido de la corriente inducida.

El valor máximo de la fem inducida es:

$$\mathcal{E}_{max} = \frac{\Delta\Phi_m}{\Delta t} = 9 \cdot 10^{-6}\,\text{V}$$

Por tanto, la intensidad máxima será:

$$\boxed{I_{max} = \frac{\mathcal{E}_{max}}{R} = 9 \cdot 10^{-7}\,\text{A}}$$

El sentido de la corriente será **horario**, ya que se opone al aumento del flujo magnético hacia afuera.

Pregunta B.4.- Un haz de luz compuesto por dos rayos monocromáticos incide desde el aire con un ángulo de incidencia de 40º sobre la superficie superior de un vidrio de 20 cm de espesor. El índice de refracción del vidrio para la primera onda es n_1 = 1,61, mientras que para la segunda onda es n_2 = 1,67.

a) Calcule la distancia entre los dos rayos a la salida del vidrio por su cara inferior.

b) Si la frecuencia de la luz del primer rayo es $4{,}21\cdot10^{14}$ Hz, obtenga su longitud de onda en el interior del vidrio.

Datos: Índice de refracción del aire, $n_{aire} = 1$; Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3\cdot10^8$ m s^{-1}.

Solución:

a) Para calcular la distancia que se nos pide lo primero que debemos hacer es aplicar la ley de Snell para determinar el ángulo de refracción de cada una de las ondas.

$$n_{aire}\,\mathrm{sen}(\theta_{aire}) = n_1\,\mathrm{sen}(\theta_1) \rightarrow 1\,\mathrm{sen}(40^{\circ}) = 1{,}61\,\mathrm{sen}(\theta_1) \rightarrow \theta_1 = 23{,}53^{\circ}$$

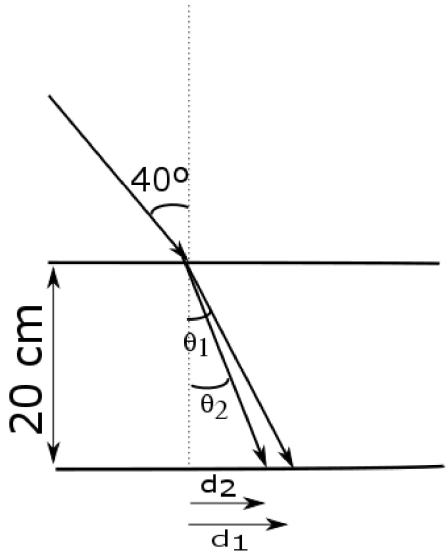
$$n_{aire}\,\mathrm{sen}(\theta_{aire}) = n_2\,\mathrm{sen}(\theta_2) \rightarrow 1\,\mathrm{sen}(40^{\circ}) = 1{,}67\,\mathrm{sen}(\theta_2) \rightarrow \theta_2 = 22{,}64^{\circ}$$

Una vez que conocemos estos ángulos podemos calcular la distancia entre el punto de salida de cada una de las ondas y la vertical que pasa por el punto de entrada de las ondas. De este modo

$$d_1 = 20\cdot\mathrm{tg}(\theta_1) = 8{,}71\,\mathrm{cm}$$

$$d_2 = 20\cdot\mathrm{tg}(\theta_2) = 8{,}34\,\mathrm{cm}$$

Por lo tanto, la distancia que nos piden es d_1 - d_2 = 0,37 cm.



b) La relación entre la velocidad de la luz en un medio, la velocidad de la luz en el vacío y el índice de refracción es conocida y, por lo tanto:

$$n_1 = \frac{c}{v_1} \rightarrow v_1 = \frac{c}{n_1} = 1{,}86\cdot10^8\,\mathrm{m\ s^{-1}}$$

Como la frecuencia de la luz permanece constante, aunque cambiemos de medio, podemos deducir la longitud de la onda aplicando la relación que existe entre la velocidad de propagación, la longitud de onda y la frecuencia

$$\mathrm{v}_1 = f\lambda_1 \rightarrow \lambda_1 = \frac{\mathrm{v}_1}{f} = \frac{1{,}86\cdot10^8\,\mathrm{m\ s^{-1}}}{4{,}21\cdot10^{14}\,\mathrm{s^{-1}}} = 4{,}41\cdot10^{-7}\,\mathrm{m} = 441\,\mathrm{nm}$$

Pregunta B.5.- Un trozo de madera con 25 g de carbono procedente de la rama de un árbol fue tallado para fabricar la empuñadura de un cuchillo de sílex. Esta empuñadura se encontró posteriormente en las ruinas de una ciudad antigua mostrando una actividad en ^{14}C de 5,2 Bq. Sabiendo que, en los organismos vivos, hay $1{,}3\cdot10^{-12}$ átomos de ^{14}C por cada átomo de ^{12}C y que el periodo de semidesintegración del ^{14}C es de 5730 años:

a) Determine la actividad que tenía el trozo de madera cuando la rama fue cortada.
b) Calcule hace cuanto tiempo fue cortada la rama.

Dato: Masa atómica del C, $M_C = 12$ u; Número de Avogadro, $N_A = 6{,}02\cdot10^{23}$ mol^{-1}.

Solución:

a) El número de átomos de carbono (^{12}C y ^{14}C) que habrá en la muestra de 25 g será

$$N_C = \frac{6.02\cdot10^{23}\ 25}{12} = 1{,}26\cdot10^{24}\ \text{átomos}$$

de los cuales habrá $N_{^{14}C}$ átomos de ^{14}C

$$N_{^{14}C} = 1{,}26\cdot10^{24}\cdot1{,}3\cdot10^{-12} = 1{,}64\cdot10^{12}$$

La constante de decaimiento radiactivo del ^{14}C es

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{5730\,\text{años}} = 3{,}83\cdot10^{-12}\ \text{s}^{-1}$$

Por tanto, la actividad que tenía el trozo de madera cuando la rama fue cortada será

$$A_0 = N_{^{14}C}\cdot\lambda = 1{,}64\cdot10^{12}\cdot3{,}83\cdot10^{-12} = 6{,}28\,\text{Bq}$$

b) El tiempo que ha pasado desde que fue cortada la rama lo podemos calcular a partir de la ecuación de decaimiento radiactivo sabiendo la actividad de la muestra en el momento del descubrimiento del trozo de carbón vegetal es de 5,2 Bq.

$$A = A_0\ e^{-\lambda\cdot t}$$
$$5{,}2 = 6{,}28\ e^{-3{,}83\cdot10^{-12}\cdot t}$$
$$t = \frac{1}{-3{,}83\cdot10^{-12}}\ln\frac{5{,}2}{6{,}28} = 4{,}93\cdot10^{10}\ \text{s} = 1562\ \ \text{años}$$