



# MATEMÁTICAS

1º Y 2º BACHILLERATO  
Derivadas

[www.tipsacademy.es](http://www.tipsacademy.es)

## DERIVADA DE UNA FUNCIÓN EN UN PUNTO

### DEFINICIÓN

Llamaremos **derivada de una función  $y = f(x)$  en el punto  $x = a$**  a la tasa de variación instantánea de dicha función en el punto  $a$ , y se designa por  $f'(a)$ :

### SIGNIFICADO

La derivada de la función  $y = f(x)$  en el punto  $x = a$  es **la pendiente de la recta tangente a la curva  $y = f(x)$  en el punto  $x = a$**

Por tanto la ecuación de la recta tangente a una curva en el punto

$$x = a : y - f(a) = f'(a) (x - a)$$

### APLICACIONES

- Si  $f'(a) > 0$  La función es creciente en el punto  $x = a$
- Si  $f'(a) < 0$  La función es decreciente en el punto  $x = a$
- Si hay un máximo o mínimo relativo en  $x = a$   $f'(a) = 0$

## FUNCIÓN DERIVADA DE OTRA

Se llama **función derivada de  $f$**  (o simplemente **derivada de  $f$** ) a una función  $f'$  que asocia a cada abscisa,  $x$ , la derivada de  $f$  en ese punto,  $f'(x)$ , es decir, la pendiente de la curva  $y = f(x)$  en ese punto. A la derivada de  $f$  la llamaremos  $f'(x)$

### - REGLAS PARA OBTENER LAS DERIVADAS DE ALGUNAS FUNCIONES

#### OPERACIONES CON DERIVADAS

- Multiplicación por un número: Cuando un número multiplica a una función, en la derivada ese número sigue multiplicando a la derivada:  $y = 3x$   $y' = 3$
- División entre un número: Cuando un número divide a una función, en la derivada ese número sigue dividiendo a la derivada:  $y = x/3$   $y' = 1/3$
- Suma y resta de funciones es lo mismo la suma y resta de sus derivadas:  $y = 3x^2 + 2x + 4$ ,  $y' = 6x + 2$
- Producto de dos funciones  $f(x)$  y  $g(x)$ :  $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
- División de dos funciones  $f(x)$  y  $g(x)$ :  $[f(x)/g(x)]' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g(x)^2}$

### REGLAS DE DERIVACIÓN

FUNCIÓN	DERIVADA	FUNCIÓN	DERIVADA
$y = k$	$y' = 0$		
$y = x$	$y' = 1$		
$y = x^n$	$y' = n \cdot x^{n-1}$	$y = f^n(x)$	$y' = n \cdot f(x)^{n-1} \cdot f'(x)$
$y = \sqrt{x}$	$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$y = \sqrt{f(x)}$	$y' = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$
$y = \sqrt[n]{x}$	$y' = \frac{1}{n \sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$y = \sqrt[n]{f(x)}$	$y' = \frac{f'(x)}{n \sqrt[n]{f^{n-1}(x)}}$
$y = a^x$	$y' = a^x \cdot \ln a$	$y = a^{f(x)}$	$y' = a^{f(x)} \cdot \ln a \cdot f'(x)$
$y = e^x$	$y' = e^x$	$y = e^{f(x)}$	$y' = e^{f(x)} \cdot f'(x)$
$y = \log_a x$	$y' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$	$y = \log_a f(x)$	$y' = \frac{f'(x)}{f(x) \cdot \ln a}$
$y = \ln x$	$y' = \frac{1}{x}$	$y = \ln f(x)$	$y' = \frac{f'(x)}{f(x)}$
$y = \text{sen } x$	$y' = \cos x$	$y = \text{sen } f(x)$	$y' = \cos f(x) \cdot f'(x)$
$y = \text{cos } x$	$y' = -\text{sen } x$	$y = \text{cos } f(x)$	$y' = -\text{sen } f(x) \cdot f'(x)$
$y = \text{tag } x$	$y' = 1 + \text{tag}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	$y = \text{tag } f(x)$	$y' = \frac{f'(x)}{\cos^2 f(x)} = [1 + \text{tag}^2 f(x)] \cdot f'(x)$
$y = \arcsen x$	$y' = \frac{1}{1+x^2}$	$y = \arcsen f(x)$	$y' = \frac{f'(x)}{1+f^2(x)}$
$y = \arccos x$	$y' = \frac{1}{1+x^2}$	$y = \arccos f(x)$	$y' = \frac{f'(x)}{1+f^2(x)}$
$y = \text{arctag } x$	$y' = \frac{1}{1+x^2}$	$y = \text{arctag } f(x)$	$y' = \frac{f'(x)}{1+f^2(x)}$

**EJEMPLOS DE CADA TIPO**

Potencias:	$y = (3x^2 + 2x)^3$	$y' = 3(3x^2 + 2x)^2 (6x + 2)$
Potencias negativas:	$y = 2/x^2 = 2x^{-2}$	$y' = -4 x^{-3} = -4/x^3$
Raíces:	$y = \sqrt{x^2 + 7x} = (x^2 + 7x)^{1/2}$	$y' = 1/2 (x^2 + 7x)^{-3/2} (2x+7) = (2x+7) / (x^2 + 7x)^{3/2}$
Exponenciales:	$y = 3^{x^2+5}$	$y' = 3^{x^2+5} \ln 3 (2x)$
Exponenciales número e:	$y = e^{x^2+5}$	$y' = e^{x^2+5} (2x)$
Logarítmicas:	$y = \log_3(x^3 + 1)$	$y' = 3x^2 / (x^3+1) \ln 3$
Logaritmo Neperiano:	$y = \ln(4x^2 + 7x)$	$y' = (8x + 7) / (4x^2 + 7x)$
Seno	$y = 4 \sin(2x^2 + 5x)$	$y' = 4 \cos(2x^2 + 5x) (4x + 5)$
Coseno	$y = 4 \cos(2x^2 + 5x)$	$y' = -4 \sin(2x^2 + 5x) (4x + 5)$
Tangente	$y = \operatorname{tg}(3x + 2)$	$y' = 3 / \cos^2(3x + 2) \quad y' = 3[1 + \operatorname{tg}^2(3x + 2)] \quad y' = 3 \sec^2(3x + 2)$
Producto de funciones:	$y = e^x (x^2 + 1)$	$y' = e^x (x^2 + 1) + e^x 2x$
División de funciones:	$y = e^x / (x^2 + 1)$	$y' = [e^x (x^2 + 1) - e^x 2x] / (x^2 + 1)^2$
Potencia de una función:	$y = \sin^2(x^2 + 1)$	$y' = 2 \sin(x^2 + 1) \cos(x^2 + 1) 2x$

**CASO ESPECIAL**

Derivada de una función elevada a otra:

$$y = f(x)^{g(x)} \quad y' = g(x) f(x)^{g(x)-1} f'(x) + f(x)^{g(x)} \ln f(x) g'(x)$$

Ejemplo:

$$y = (x^2 + 3x)^{\sin(3x)} \quad y' = \sin(3x) (x^2 + 3x)^{\sin(3x)-1} (2x + 3) + (x^2 + 3x)^{\sin(3x)} \ln(x^2 + 3x) 3 \cos(3x)$$

