	UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO Curso **2020-2021** **MATERIA**: MATEMÁTICAS II	**Modelo Orientativo** Provisional

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.

Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora, siempre que no tenga NINGUNA de las siguientes características: posibilidad de transmitir datos, ser programable, pantalla gráfica, resolución de ecuaciones, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, cálculo de derivadas, cálculo de integrales ni almacenamiento de datos alfanuméricos. Cualquiera que tenga alguna de estas características será retirada.

CALIFICACIÓN: La valoración de cada ejercicio se especifica en el enunciado.
Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & x \\ 1 & 0 & x-1 \\ x+1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$, se pide:

a) (0.5 puntos) Determinar los valores de $x \in \mathbb{R}$ para los cuales A tiene inversa.

b) (1 punto) Para $x = -1$, calcular la inversa de A.

c) (1 punto) Para $x = 1$, hallar $(AB^t)^3$ y $(AB^t)^{2020}$ (donde B^t denota la matriz traspuesta de B).

Ejercicio 2. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{x+1} & \text{si } x \leq 1,\ x \neq -1 \\ \dfrac{\ln x}{x-1} & \text{si } x > 1. \end{cases}$$

a) (0.5 puntos) Estudie la continuidad de f en $x = 1$.

b) (1 punto) Halle las asíntotas de f, si existen.

c) (1 punto) Determine el valor de $x_0 < 1$ que verifica que la recta tangente a la gráfica de f en el punto $(x_0, f(x_0))$ tiene pendiente $\dfrac{-1}{2}$. Escriba la ecuación de dicha recta tangente.

Ejercicio 3. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Se consideran los puntos $A(3,1,2)$, $B(0,3,4)$ y $P(-1,1,0)$. Se pide:

a) (0.75 puntos) Determinar las coordenadas de un punto Q sabiendo que los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{PQ}$ son linealmente dependientes, tienen sentidos opuestos y tienen el mismo módulo.

b) (1 punto) Determinar las coordenadas del punto de intersección de la recta r que contiene a A y P, y de la recta s que contiene a B y al punto $C(2,-1,-2)$.

c) (0.75 puntos) Calcular el coseno del ángulo formado por $\overrightarrow{PA}$ y $\overrightarrow{PB}$.

Ejercicio 4. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

En un instituto, uno de cada cuatro alumnos practica baloncesto. Se eligen 6 alumnos al azar y se considera la variable aleatoria X que representa el número de estudiantes entre estos 6 que practican baloncesto. Se pide:

a) (1 punto) Identificar la distribución de la variable aleatoria X y calcular $P(X = 0)$.

b) (0.75 puntos) Calcular la probabilidad de que al menos 5 de los 6 elegidos practiquen baloncesto.

c) (0.75 puntos) Calcular la probabilidad de que al menos 1 de los 6 practique baloncesto.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Dados la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ a & -3 & a \\ a-1 & -3 & a \end{pmatrix}$ y el vector $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, determine el valor o valores de a para los que:

a) (1.5 puntos) El sistema $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = B$ no tenga solución.

b) (1 punto) $A = A^{-1}$.

Ejercicio 2. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Dada la función $f(x) = x^6 - 4x^4$, se pide:

a) (0.5 puntos) Estudiar sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.
b) (1 punto) Encontrar sus máximos y mínimos relativos, y determinar si son o no absolutos.
c) (1 punto) Hallar el área de la región acotada limitada por el eje $y = 0$ y la gráfica de f.

Ejercicio 3. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Dadas las rectas $r \equiv \begin{cases} x + 2z = 1 \\ y + z = 2 \end{cases}$, $s \equiv \begin{cases} x = -3 + 2\lambda \\ y = 2 - \lambda \\ z = 1 + \lambda \end{cases}$, se pide:

a) (0.5 puntos) Hallar la distancia del origen a la recta s.
b) (0.5 puntos) Determinar la posición relativa de r y s.
c) (0.75 puntos) Escribir la ecuación del plano que contiene a la recta r y al vector perpendicular a r y a s.
d) (0.75 puntos) Escribir la ecuación de una recta perpendicular común a r y a s.

Ejercicio 4. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Una prueba diagnóstica para una enfermedad da resultado negativo el 5% de las veces que se aplica a un individuo que la padece y da resultado positivo el 10% de las veces que se aplica a un individuo que no la padece. Las estadísticas muestran que dicha enfermedad afecta a 50 de cada diez mil personas. Si una persona elegida al azar se somete a la prueba diagnóstica, calcule la probabilidad de:

a) (0.5 puntos) Que la prueba dé resultado positivo.
b) (0.75 puntos) Que la persona padezca la enfermedad, si el resultado de la prueba ha sido positivo.
c) (0.75 puntos) Que la persona no padezca la enfermedad, si el resultado de la prueba ha sido negativo.
d) (0.5 puntos) Que el resultado de la prueba diagnóstica sea erróneo.