UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO
Curso **2019-2020**
MATERIA: MATEMÁTICAS II

Modelo
orientativo

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.

Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora, siempre que no tenga NINGUNA de las siguientes características: posibilidad de transmitir datos, ser programable, pantalla gráfica, resolución de ecuaciones, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, cálculo de derivadas, cálculo de integrales ni almacenamiento de datos alfanuméricos. Cualquiera que tenga alguna de estas características será retirada.

CALIFICACIÓN: La valoración de cada ejercicio se especifica en el enunciado.
Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Se quiere construir un invernadero para el cultivo de semillas con ambiente controlado de temperatura, humedad y composición del aire. El aire que hay que suministrar debe contener un 78% de nitrógeno, un 21% de oxígeno y un 1% de argón.

a) (0.5 puntos) Si la capacidad del invernadero es 2000 litros, determine cuántos litros de nitrógeno, cuántos de oxígeno y cuántos de argón son necesarios.

b) (2 puntos) Para suministrar el aire se dispone de tres mezclas gaseosas A, B y C, cuya composición se expresa en la tabla adjunta. Obtenga la cantidad que hay que utilizar de cada mezcla para llenar el invernadero de aire con la composición requerida.

Mezcla	Nitrógeno	Oxígeno	Argón
A	80%	20%	0%
B	70%	20%	10%
C	60%	40%	0%

Ejercicio 2. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Dada la función $f(x) = \mathrm{e}^{3x-2}$, se pide:

a) (1 punto) Determinar el punto en el que la tangente a la curva $y = f(x)$ tiene pendiente igual a $\dfrac{3}{e}$ y escribir la ecuación de esta recta tangente.

b) (0.5 puntos) Calcular $\displaystyle\lim_{x\to 2/3} \frac{1-f(x)}{6x-4}$.

c) (1 punto) Calcular el área de la superficie acotada por la curva $y = f(x)$ y las rectas $x = 0$, $y = 1$.

Ejercicio 3. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Dadas las rectas $r_1 \equiv \left\{ \begin{array}{rl} x = & z-1 \\ y = & 2-3z \end{array} \right.$, $r_2 \equiv \left\{ \begin{array}{rl} x = & 4+5z \\ y = & 4z-3 \end{array} \right.$, se pide:

a) (1.5 puntos) Estudiar su posición relativa y hallar la distancia entre ellas.

b) (1 punto) Hallar el punto de corte entre la recta r_2 y el plano que contiene a r_1 y pasa por el origen de coordenadas.

Ejercicio 4. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Dados dos sucesos A y B, se conocen las siguientes probabilidades: $P(A \cup B) = 0.55$, $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0.90$ y $P(B|A) = 0.25$. Se pide:

a) (2 puntos) Calcular $P(A \cap B)$, $P(A)$, $P(B)$ y $P(B|\overline{A})$.

b) (0.5 puntos) Deducir de manera razonada si los sucesos A y B son independientes.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Dada las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2+t \\ 5 & 10+3t \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ 3t+3 \end{pmatrix}$, se pide:

a) (1 punto) Calcular el rango de la matriz A en función del parámetro t.
b) (1.5 puntos) Resolver el sistema $AX = B$, para los valores de t que lo hagan compatible y determinado.

Ejercicio 2. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Dada la función $f(x) = \dfrac{3}{x+1}$, se pide:

a) (1 punto) Calcular el área del triángulo formado por los ejes de coordenadas y la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en $x = 2$.
b) (0.75 puntos) Determinar las posibles asíntotas de la curva $y = f(x)$ y estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.
c) (0.75 puntos) Calcular $\displaystyle\int_0^2 x f(x)\, dx$.

Ejercicio 3. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Dados los puntos $A(1,1,-2)$, $B(3,-1,4)$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x = 1+3\lambda \\ y = -2+5\lambda, \\ z = 3 \end{cases}$ se pide:

a) (1.5 puntos) Calcular el área del triángulo OPQ, siendo $O(0,0,0)$, P el punto medio del segmento AB y Q la intersección de la recta que pasa por A y B y el plano $\pi \equiv z = 7$.
b) (0.5 puntos) Hallar la ecuación del plano que pasa por A y es perpendicular a la recta r.
c) (0.5 puntos) Calcular el coseno del ángulo que forman la recta r y la recta que pasa por A y B.

Ejercicio 4. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

En cierta ciudad se estima que la temperatura máxima de cada día, en el mes de junio, sigue una distribución normal de media 30ºC y varianza 25. Se pide:

a) (0.75 puntos) Calcular la probabilidad de que un día cualquiera del mes la temperatura máxima esté entre 28ºC y 32ºC.
b) (1 punto) Calcular el número esperado de días del mes con máxima superior a 36ºC.
c) (0.75 puntos) Determinar la temperatura máxima alcanzada el día 10 de junio, sabiendo que dicha temperatura fue superada exactamente el 50% de los días del mes.