UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS
OFICIALES DE GRADO
2012 - 2013
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**
Calificación total máxima: 10 puntos.
Tiempo: Hora y media.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.
Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x^2+3x}{x-1}, & \text{si } x<0\,, \\ a\,, & \text{si } x=0\,, \\ e^{-1/x}, & \text{si } x>0\,, \end{cases}$$

se pide:
a) (1 punto) Determinar el valor de a para que f sea continua en $x=0$.
b) (1 punto) Para ese valor de a, estudiar la derivabilidad de f en $x=0$.
c) (1 punto) Hallar, si las tiene, las asíntotas de la gráfica $y=f(x)$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.
Dado el sistema

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & 2y & + & (m+3)z & = & 3\,, \\ x & + & y & + & (4+m-m^2)z & = & 3\,, \\ 2x & + & 4y & + & 3(m+2)z & = & 8\,, \end{array}\right.$$

se pide:
a) (2 puntos) Discutirlo según los valores del parámetro m.
b) (1 punto) Resolverlo para $m=-2$.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.
a) (1 punto) Hallar el punto de corte entre el plano $\pi_1 \equiv 6x-y+3z=-2$ y la recta r que pasa por el punto $P(1,2,0)$ y es perpendicular al plano $\pi_2 \equiv 2x+3y-z=8$.
b) (1 punto) Hallar el punto común a los tres planos π_3, π_4, π_5 siguientes:

$$\pi_3 \equiv 5x+2y+7z=4\,, \qquad \pi_4 \equiv x+2y-3z=10\,,$$

y π_5 el plano definido por las rectas

$$r_1 \equiv \frac{x+3}{2} = \frac{y+3}{3} = z+3\,, \qquad r_2 \equiv x+2 = y = \frac{z+7}{2}\,.$$

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.
Dados el plano $\pi \equiv x-y+2z=1$ y la recta

$$r \equiv \frac{x}{-6} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{2}$$

se pide:
a) (1 punto) Determinar la posición relativa entre el plano π y la recta r.
b) (1 punto) Determinar el plano que contenga a r y pase por $P(1,1,1)$.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

a) (1 punto) Hallar, si existe, el punto de corte de las rectas

$$r_1 \equiv \left\{ \begin{array}{rcl} x-y & = & 2\,, \\ x+y+z & = & 3\,, \end{array} \right. \qquad r_2 \equiv \left\{ \begin{array}{rcl} x & = & -1+2\lambda\,, \\ y & = & 2+\lambda\,, \\ z & = & -\lambda\,. \end{array} \right.$$

b) (1 punto) Determinar el valor de a para que los planos

$$\pi_1 \equiv x+2y+z=3\,, \qquad \pi_2 \equiv 2x+3y-z=5\,,$$
$$\pi_3 \equiv 2x+2y+4z=3\,, \qquad \pi_4 \equiv x+3y=a\,,$$

tengan un único punto en común.

c) (1 punto) Hallar la recta paralela a los planos

$$\pi_5 \equiv 2x+5y-z=2 \qquad \text{y} \qquad \pi_6 \equiv 6x-y+z=8$$

que pasa por el punto $P(1,5,-3)$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

a) (0'5 puntos) Representar gráficamente el recinto limitado por la gráfica de la función $f(x)=\ln x$ y el eje OX entre las abscisas $x=1/e$, $x=e$.
b) (1'25 puntos) Calcular el área de dicho recinto.
c) (1'25 puntos) Calcular el volumen del sólido de revolución obtenido al girar dicho recinto alrededor del eje OX.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

a) (1 punto) Dada la matriz $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ y la matriz $X=\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$ obtener las relaciones que deben cumplir x,y,z,t para que la matriz X verifique $AX=XA$.
b) (0'5 puntos) Dar un ejemplo de matriz X distinta de la matriz nula y de la matriz identidad que cumpla la igualdad anterior.
c) (0'5 puntos) Calcular la inversa de la matriz A.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.
De las matrices cuadradas A y B se sabe que:

$$A+B=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \qquad A^2-AB+BA-B^2=\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

a) (1 punto) Calcular la matriz $A-B$.
b) (1 punto) Calcular las matrices A y B.