UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS
OFICIALES DE GRADO
Curso 2011-2012
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**
Calificación total máxima: 10 puntos.
Tiempo: Hora y media.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dados los puntos $A(1,-1,2)$, $B(2,0,-1)$, $C(0,1,3)$, se pide:

a) (2 puntos) Hallar todos los puntos que equidistan de A, B y C. ¿Cuáles de ellos pertenecen al plano
$$\pi \equiv 2x+2y+2z+1=0\ ?$$

b) (1 punto) Hallar la ecuación del plano que pasa por A, B, C.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dado el sistema lineal de ecuaciones:
$$\left\{\begin{array}{rcrcrl} x & + & y & + & 2z & = 2\,, \\ -3x & + & 2y & + & 3z & = -2\,, \\ 2x & + & my & - & 5z & = -4\,, \end{array}\right.$$
se pide:

a) (2 puntos) Discutir el sistema según los valores de m.
b) (1 punto) Resolverlo para $m=1$.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Halla el valor de λ para que la función
$$f(x)=\left\{\begin{array}{ll} \dfrac{e^{\lambda x^2}-1}{3x^2}\,, & \text{si } x>0\,, \\[2ex] \dfrac{\operatorname{sen} 2x}{x}\,, & \text{si } x\le 0\,, \end{array}\right.$$
sea continua. Razonar la respuesta.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Dado el polinomio $P(x)=x^3+ax^2+bx+c$, obtener los valores de a, b y c de modo que se verifiquen las condiciones siguientes:

- El polinomio $P(x)$ tenga extremos relativos en los puntos de abscisas $x=-1/3$, $x=-1$.
- La recta tangente a la gráfica de $P(x)$ en el punto $(0,P(0))$ sea $y=x+3$.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Sabiendo que la función $F(x)$ tiene derivada $f(x)$ continua en el intervalo cerrado $[2,5]$, y, además, que:

$$F(2)=1, \quad F(3)=2, \quad F(4)=6, \quad F(5)=3, \quad f(3)=3 \quad \text{y} \quad f(4)=-1\,;$$

hallar:

a) (0'5 puntos) $\displaystyle\int_2^5 f(x)dx.$

b) (1 punto) $\displaystyle\int_2^3 (5f(x)-7)dx.$

c) (1'5 puntos) $\displaystyle\int_2^4 F(x)f(x)dx.$

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dado el sistema

$$\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & 2y & = & 1\,, \\ 3x & + & y & = & -a\,, \\ -3x & + & 2ay & = & 7\,, \end{array}\right.$$

se pide:

a) (1'5 puntos) Discutir el sistema según los valores del parámetro a.
b) (1'5 puntos) Resolver el sistema cuando sea compatible.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Dados los planos de ecuaciones:

$$\pi \equiv x-2y+2z+4=0\,, \qquad \pi' \equiv 2x+2y-z-2=0\,,$$

se pide:

a) (1 punto) Obtener la ecuación en forma continua de la recta que determinan.
b) (1 punto) Hallar todos los puntos que equidistan de π y π'.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Dadas las rectas

$$r \equiv \frac{x+3}{-6}=\frac{y-9}{4}=\frac{z-8}{4}\,, \qquad s \equiv \frac{x-3}{3}=\frac{y-9}{-2}=\frac{z-8}{-2}\,,$$

se pide:

a) (1 punto) Hallar la posición relativa de las rectas r y s.
b) (1 punto) Hallar la distancia mínima entre r y s.