UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (**LOGSE**)

Modelo - Ejemplo
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas.
Calificación total máxima: 10 puntos.
Tiempo: Hora y media.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.
Dado el sistema:

$$\left\{\begin{array}{rrrcl} \lambda x & & +\lambda z & = & 2 \\ x & +\lambda y & -z & = & 1 \\ x & +3y & +z & = & 2\lambda \end{array}\right. ,$$

se pide:
a) (1,5 puntos). Discutir el sistema según los valores del parámetro λ.
b) (1,5 puntos). Resolver el sistema para $\lambda = 1$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.
Dada la función:

$$f(x) = \frac{x-1}{(x+1)^2} \quad ,$$

se pide:
a) (1,5 puntos). Obtener, si existen, los máximos y mínimos relativos, y las asíntotas de f.
b) (1,5 puntos). Calcular el área del recinto acotado comprendido entre la gráfica de f, el eje OX y las rectas $x = 0$, $x = 3$.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.
Dadas las rectas:

$$r \equiv \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{1}, \qquad s \equiv \frac{x-5}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z}{1},$$

se pide:
a) (1 punto). Estudiar la posición relativa de las rectas r, s.
b) (1 punto). Determinar la ecuación del plano π que contiene a las rectas r, s.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.
Dados los planos $\alpha \equiv 2x + y + 2z + 1 = 0$, $\beta \equiv x - 2y + 6z = 0$, se pide:
a) (1 punto). Obtener las ecuaciones paramétricas de la recta r determinada por la intersección de α con β.
b) (1 punto). Determinar el plano γ que es paralelo al plano α y pasa por el punto $(\sqrt{2}, 1, 0)$.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. **Calificación máxima:** 3 puntos.
Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \qquad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

se pide:
a) (1 punto). Calcular $A^2 - 4A + 3I$.
b) (1 punto). Demostrar que la matriz inversa A^{-1} de A es $\frac{1}{3}(4I - A)$.
c) (1 punto). Hallar la matriz inversa de la matriz $A - 2I$.

Ejercicio 2. **Calificación máxima:** 3 puntos.
Dados los puntos $A(1,-3,0)$, $B(3,1,-2)$, $C(7,2,3)$, $D(5,-2,5)$, $E(1,0,2)$, se pide:
a) (1 punto). Demostrar que los puntos A, B, C, D son coplanarios.
b) (1 punto). Demostrar que el polígono $ABCD$ es un paralelogramo y calcular su área.
c) (1 punto). Hallar la distancia del punto E al plano π determinado por los puntos A, B, C, D.

Ejercicio 3. **Calificación máxima:** 2 puntos.
Calcular los siguientes límites:

a) (1 punto). $\lim\limits_{x \to 0^+} x\, e^{1/x}$.

b) (1 punto). $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1+\tan x} - \sqrt{1-\tan x}}{x}$.

siendo $\tan x$ la tangente trigonométrica de x.

Ejercicio 4. **Calificación máxima:** 2 puntos.
Dada la función $f(x) = \frac{1}{2} - \operatorname{sen} x$, calcular el área del recinto acotado comprendido entre la gráfica de f, el eje OX y las rectas $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$.