UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO
MODELO DE EXAMEN CURSO **2014-2015**

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN

INSTRUCCIONES: El alumno deberá elegir una de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente a los cinco ejercicios de los que consta la opción elegida.
Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.
CALIFICACIÓN: La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

TIEMPO: Una hora y treinta minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Calificación máxima: 2 puntos)
Una empresa láctea se plantea la producción de dos nuevas bebidas A y B. Producir un litro de la bebida A cuesta 2€, mientras que producir un litro de bebida B cuesta 0,5€. Para realizar el lanzamiento comercial se necesitan al menos 6 millones de litros de bebida, aunque del tipo B no podrán producirse (por limitaciones técnicas) más de 5 millones y debido al coste de producción no es posible elaborar más de 8 millones de litros en total de ambas bebidas. Además, se desea producir una cantidad de bebida B mayor o igual que la de bebida A. ¿Cuántos litros habrá que producir de cada tipo de bebida para que el coste de producción sea mínimo? Calcúlese dicho coste. Justifíquense las respuestas.

Ejercicio 2. (Calificación máxima: 2 puntos)
Se considera $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$.
a) Calcúlese A^{-1}.
b) Calcúlese $A^t \cdot A$.
Nota: A^t denota la traspuesta de la matriz A.

Ejercicio 3. (Calificación máxima: 2 puntos)
a) Dibújese, de manera esquemática, la región acotada del plano limitada por las gráficas de las curvas

$$y = \sqrt{6x}; \qquad y = \frac{x^2}{6}.$$

b) Calcúlese el área de la región descrita en el apartado anterior.

Ejercicio 4. (Calificación máxima: 2 puntos)
Se consideran los sucesos incompatibles A y B de un experimento aleatorio tales que $P(A) = 0{,}4$, $P(B) = 0{,}3$. Calcúlese:
a) $P(\overline{A} \cap \overline{B})$
b) $P(B \cap \overline{A})$
Nota: $\overline{S}$ denota al suceso complementario del suceso S.

Ejercicio 5. (Calificación máxima: 2 puntos)
El consumo familiar diario de electricidad (en kW) en cierta ciudad se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ y desviación típica 1,2 kW. Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 50. Calcúlese:
a) La probabilidad de que la media muestral esté comprendida entre 6 kW y 6,6 kW, si $\mu = 6{,}3$ kW.
b) El nivel de confianza con el que se ha calculado el intervalo de confianza (6,1 ; 6,9) para la media del consumo familiar diario.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Calificación máxima: 2 puntos)
Se considera el sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real a:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ x + ay + az = 1 \\ x + 4ay + z = 2a \end{cases}$$

a) Discútase el sistema según los diferentes valores de a.
b) Resuélvase el sistema en el caso $a = -1$.

Ejercicio 2. (Calificación máxima: 2 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = 24x - 15x^2 + 2x^3 + 2.$$

a) Determínense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.
b) Hállense sus extremos relativos y sus puntos de inflexión.

Ejercicio 3. (Calificación máxima: 2 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por

$$f(x) = \frac{3x^2}{x^2 - 2x - 3}.$$

a) Determínense sus asíntotas.
b) Determínese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = -1,5$.

Ejercicio 4. (Calificación máxima: 2 puntos)
Una urna contiene 5 bolas blancas y 4 negras, y otra urna contiene 3 bolas blancas y dos negras. Se toma al azar una bola de la primera urna y, sin mirarla, se introduce en la segunda urna. A continuación extraemos consecutivamente, con reemplazamiento, dos bolas de la segunda urna. Hállese la probabilidad de que las dos últimas bolas extraídas sean:
a) Del mismo color.
b) De distinto color.

Ejercicio 5. (Calificación máxima: 2 puntos)
Se ha tomado una muestra aleatoria simple de diez pacientes y se ha anotado el número de días que han recibido tratamiento para los trastornos del sueño que sufren. Los resultados han sido:

$$290; \quad 275; \quad 290; \quad 325; \quad 285; \quad 365; \quad 375; \quad 310; \quad 290; \quad 300.$$

Se sabe que la duración, en días, del tratamiento se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ desconocida y desviación típica 34,5 días.
a) Determínese un intervalo de confianza con un nivel del 95 % para μ.
b) ¿Qué tamaño mínimo debe tener la muestra para que el error máximo cometido en la estimación de la media sea menor de 10 días, con un nivel de confianza del 95 %?