

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO

Curso 2010-2011

MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas. Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

Calificación total máxima: 10 puntos.

Tiempo: Hora y media.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

a) (1 punto) Calcular los límites:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{2}{4 + e^{-(x+1)}} \qquad y \qquad \lim_{x \to -\infty} \frac{2}{4 + e^{-(x+1)}}$$

- b) (1 punto) Calcular la integral $\int_0^1 \frac{x}{1+3x^2} dx$.
- c) (1 punto) Hallar el dominio de definición de la función $f(x) = \sqrt{x^2 9x + 14}$. Hallar el conjunto de puntos en los que la función f tiene derivada.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dados los planos

$$\pi_1 \equiv 2x + 3y + z - 1 = 0$$
, $\pi_2 \equiv 2x + y - 3z - 1 = 0$,

y la recta

$$r \equiv \frac{x-1}{2} = y+1 = \frac{z+2}{2}$$
,

se pide:

- a) (1 punto) El punto o puntos de r que equidistan de π_1 y π_2 .
- b) (1 punto) El volumen del tetraedro que π_1 forma con los planos coordenados XY, XZ e YZ.
- c) (1 punto) La proyección ortogonal de r sobre el plano π_2 .

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Calcular el rango de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -1 & 1 & a \\ 2 & 0 & -a \\ a+2 & 0 & a \end{pmatrix}$$

según los valores del parámetro a.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Dada la matriz

$$M = \begin{pmatrix} \sin x & \cos x & 0\\ \cos x & -\sin x & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

se pide:

- a) (0.5 puntos) Calcular el determinante de la matriz M.
- b) (1 punto) Hallar la matriz M^2 .
- c) (0,5 puntos) Hallar la matriz M^{25} .

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dado el punto P(0,1,1) y las rectas:

$$r\equiv\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{-1}\,,\qquad s\equiv\left\{\begin{array}{ll}x=0\,,\\y=0\,,\end{array}\right.$$

se pide:

- a) (1'5 puntos) Determinar las coordenadas del punto simétrico de P respecto a r.
- b) (1'5 puntos) Determinar la recta que pasa por el punto P, tiene dirección perpendicular a la recta r y corta a la recta s.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} 2x + 4y & = 4k, \\ -k^3x + k^2y + kz & = 0, \\ x + ky & = k^2, \end{cases}$$

se pide:

- a) (2 puntos) Discutirlo en función del valor del parámetro k.
- b) (0'5 puntos) Resolver el sistema para k=1.
- c) (0'5 puntos) Resolver el sistema para k=2.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} e^{1/x}, & \text{si } x < 0, \\ k, & \text{si } x = 0, \\ \frac{\cos x - 1}{\sin x}, & \text{si } x > 0, \end{cases}$$

hallar el valor de k para que f sea continua en x=0. Justificar la respuesta.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

- a) (1 punto) Hallar el área del recinto limitado por la gráfica de $f(x) = -\sin x$ y el eje OX entre las abscisas x = 0 y $x = 2\pi$.
- b) (1 punto) Hallar el volumen del sólido de revolución que se obtiene al hacer girar la gráfica de $f(x) = -\sin x$ alrededor del eje OX entre las abscisas x = 0 y $x = 2\pi$.