UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS
OFICIALES DE GRADO
Curso **2012-2013**
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**
Calificación total máxima: 10 puntos.
Tiempo: Hora y media.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.
Dados el punto $P(-1,0,2)$ y las rectas:

$$r \equiv \begin{cases} x - z = 1\,, \\ y - z = -1\,, \end{cases} \qquad s \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda\,, \\ y = \lambda\,, \\ z = 3\,, \end{cases}$$

se pide:

a) (1 punto) Determinar la posición relativa de r y s.
b) (1 punto) Determinar la ecuación de la recta que pasa por P y corta a r y s.
c) (1 punto) Determinar la ecuación de la recta perpendicular común a r y s.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.
Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcr} ax & + & 7y & + & 5z & = & 0\,, \\ x & + & ay & + & z & = & 3\,, \\ & & y & + & z & = & -2\,, \end{array} \right.$$

se pide:

a) (2 puntos) Discutirlo según los valores de a.
b) (0,5 puntos) Resolverlo en el caso $a = 4$.
c) (0,5 puntos) Resolverlo en el caso $a = 2$.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.
Dada la función $f(x) = \dfrac{x^3}{(x-3)^2}$, se pide:

a) (1 punto) Hallar las asíntotas de su gráfica.
b) (1 punto) Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 2$.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.
Calcular las siguientes integrales:

a) (1 punto) $\displaystyle\int \frac{x-3}{x^2+9}\,dx.$ b) (1 punto) $\displaystyle\int_1^2 \frac{3 - x^2 + x^4}{x^3}\,dx.$

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función $f(x) = 2\cos^2 x$, se pide:

a) (1 punto) Determinar los extremos absolutos de $f(x)$ en $\left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

b) (1 punto) Determinar los puntos de inflexión de $f(x)$ en $\left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

c) (1 punto) Calcular $\displaystyle\int_0^{\pi/2} f(x)\,dx$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \lambda & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

se pide:

a) (1 punto) Hallar el valor de λ para el cual la ecuación matricial $XA = B$ tiene solución única.

b) (1 punto) Calcular la matriz X para $\lambda = 4$.

c) (1 punto) Calcular el determinante de la matriz A^2B en función de λ.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

a) (1 punto) Hallar los puntos de corte de la recta de dirección $(2, 1, 1)$ y que pasa por el punto $P(4, 6, 2)$, con la superficie esférica de centro $C(1, 2, -1)$ y radio $\sqrt{26}$.

b) (1 punto) Hallar la distancia del punto $Q(-2, 1, 0)$ a la recta

$$r \equiv \frac{x-1}{2} = y + 2 = \frac{z-3}{2}.$$

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Dados el punto $P(1, 0, -1)$, el plano $\pi \equiv 2x - y + z + 1 = 0$, y la recta

$$r \equiv \begin{cases} -2x + y - 1 = 0, \\ 3x - z - 3 = 0, \end{cases}$$

se pide:

a) (1,5 puntos) Determinar la ecuación del plano que pasa por P, es paralelo a la recta r y perpendicular al plano π.

b) (0,5 puntos) Hallar el ángulo entre r y π.