UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO

Curso **2010-2011**

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN

INSTRUCCIONES: El alumno deberá elegir una de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta la opción elegida. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.
CALIFICACIÓN: La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

TIEMPO: Una hora y treinta minutos

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera el sistema lineal de ecuaciones dependiente del parámetro real a:

$$\left\{\begin{array}{rcl} ax+y+z & = & a \\ ay+z & = & 1 \\ ax+y+az & = & a \end{array}\right.$$

a) Discútase el sistema según los diferentes valores de a.
b) Resuélvase el sistema en el caso en que tenga infinitas soluciones.
c) Resuélvase el sistema para $a = 3$.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por: $f(x) = \dfrac{3x}{x^2-2}$.
a) Especifíquese su dominio de definición y los puntos de corte de la gráfica de f con los ejes coordenados. Determínense las asíntotas de f.
b) Determínese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.
c) Calcúlese la integral definida $\displaystyle\int_2^3 f(x)\,dx$.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
En un edificio inteligente dotado de sistemas de energía solar y eólica, se sabe que la energía suministrada cada día proviene de placas solares con probabilidad 0,4, de molinos eólicos con probabilidad 0,26 y de ambos tipos de instalaciones con probabilidad 0,12. Elegido un día al azar, calcúlese la probabilidad de que la energía sea suministrada al edificio:
a) por alguna de las dos instalaciones,
b) solamente por una de las dos.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se supone que el tiempo medio diario dedicado a ver TV en una cierta zona se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ y desviación típica igual a 15 minutos. Se ha tomado una muestra aleatoria simple de 400 espectadores de TV en dicha zona, obteniéndose que el tiempo medio diario dedicado a ver TV es de 3 horas.
a) Determínese un intervalo de confianza para μ con un nivel de confianza del 95 %.
b) ¿Cuál ha de ser el tamaño mínimo de la muestra para que el error en la estimación de μ sea menor o igual que 3 minutos, con un nivel de confianza del 90 %?

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se consideran las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 3 & k & 0 \\ -k & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad ; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

a) Calcúlense los valores de k para los cuales la matriz A no es invertible.
b) Para $k = 0$, calcúlese la matriz inversa A^{-1}.
c) Para $k = 0$, resuélvase la ecuación matricial $AX = B$.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{a}{x} & \text{si} \quad x \leq -1 \\ \\ \dfrac{x^2 - b}{4} & \text{si} \quad x > -1 \end{cases}$$

a) Calcúlense a, b para que f sea continua y derivable en $x = -1$.
b) Para $a = 1$, $b = 3$, represéntese gráficamente la función f.
c) Calcúlese el valor de b para que $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,dx = 6$.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
En un cierto punto de una autopista está situado un radar que controla la velocidad de los vehículos que pasan por dicho punto. La probabilidad de que el vehículo que pase por el radar sea un coche es 0,5, de que sea un camión es 0,3 y de que sea una motocicleta es 0,2. La probabilidad de que cada uno de los tres tipos de vehículos supere al pasar por el radar la velocidad máxima permitida es 0,06 para un coche, 0,02 para un camión y 0,12 para una motocicleta. En un momento dado, un vehículo pasa por el radar.
a) Calcúlese la probabilidad de que este vehículo supere la velocidad máxima permitida.
b) Si el vehículo en cuestión ha superado la velocidad máxima permitida, ¿cuál es la probabilidad de que se trate de una motocicleta?

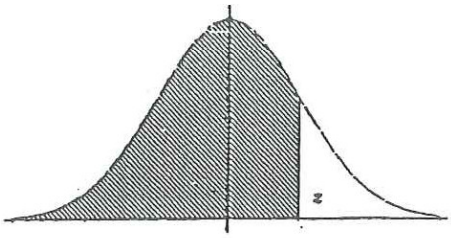
Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se supone que el precio (en euros) de un refresco se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ y desviación típica igual a 0,09 euros. Se toma una muestra aleatoria simple del precio del refresco en 10 establecimientos y resulta:

$$1,50 \;;\; 1,60 \;;\; 1,10 \;;\; 0,90 \;;\; 1,00 \;;\; 1,60 \;;\; 1,40 \;;\; 0,90 \;;\; 1,30 \;;\; 1,20$$

a) Determínese un intervalo de confianza al 95 % para μ.
b) Calcúlese el tamaño mínimo que ha de tener la muestra elegida para que el valor absoluto de la diferencia entre la media muestral y μ sea menor o igual que 0,10 euros con probabilidad mayor o igual que 0,99.

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de *z*.



z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990