MATEMÁTICAS

2º BACHILLERATO
Cuadernillo intensivo selectividad

www.tipsacademy.es

ÁLGEBRA

2018-Modelo Pregunta A1.- Se consideran las matrices A = $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ I = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) Obtener los valores de m para los que que la matriz A - mI admite inversa. **(Todos los valores de m menos 0 y 3)**

b) Calcular la matriz inversa de A - 2I. ($\begin{pmatrix} \mathbf{-1/2} & \mathbf{1} & \mathbf{1/2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$)

Pregunta B1.- Se consideran las matrices A = $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & 1 & m+1 \\ 1 & m & m \end{pmatrix}$ X = $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ B = $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2+m \end{pmatrix}$

a) Discutir el sistema lineal AX = B en función de los valores del parámetro m. **(Si m= 1 SI, m= 0 SI, si m≠0,1 SCD)**

b) Resolver el sistema lineal AX = B cuando m = -1. **(x= 1, y= 2, z= -2)**

2017-Junio Pregunta A1.- Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a: $\begin{cases} 2x + ay + z = a \\ x - 4y + (a+1)z = 2 \\ 4y - az = 0 \end{cases}$

a) Discútase en función de los valores del parámetro a. **(Si a= 2 SCI, si a= -2 SI si a≠2, -2 SCD)**

b) Resuélvase para a = 1. **(x= -2, y= 1, z= 4)**

c) Resuélvase para a = 2. **(x= 1-λ, y= λ/2, z= λ)**

2018-Junio Pregunta B2.- Se consideran las matrices P = $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ J = $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) Determinar la matriz P^{-1}, inversa de la matriz P. ($\begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{2} & \mathbf{0} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{-5} & \mathbf{-1} & \mathbf{4} \end{pmatrix}$)

b) Determinar la matriz B^{-1}, inversa de la matriz B = $P^{-1} J^{-1}$ ($\begin{pmatrix} \mathbf{-2} & \mathbf{1/2} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{-2} & \mathbf{0} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{5} & \mathbf{-1/2} & \mathbf{4} \end{pmatrix}$)

c) Calcular el determinante de la matriz A^2, siendo A = P JP $^{-1}$. **(A^2 = 4)**

Pregunta B1.- Se considera las matrices: A= $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ y C= $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

a) Determínese la matriz C^{40}. **(C^{40}= I)**

b) Calcúlese la matriz X que verifica X · A + 3B = C. **(X=** $\begin{pmatrix} \mathbf{13} & \mathbf{17} \\ \mathbf{-1} & \mathbf{-2} \end{pmatrix}$**)**

2017-Junio Pregunta A1.- Se consideran las matrices: A= $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -k \\ 1 & -2 & 1 \\ k & 2 & -1 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

a) Discútase para qué valores del parámetro real k la matriz A tiene matriz inversa. **(k ≠ -1,1)**

b) Determínese con k = 0 la matriz X q verifica la ecuación A · X = B. **(X=** $\begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{2} & \mathbf{5} \\ \mathbf{1/2} & \mathbf{-1/2} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{1} & \mathbf{-1} & \mathbf{-7} \end{pmatrix}$**)**

2017-Junio Pregunta B1.- Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a: $\begin{cases} x - ay + 2z = 0 \\ ax - 4y - 4z = 0 \\ (2-a)x + 3y - 2z = 0 \end{cases}$

a) Discútase en función de los valores del parámetro a. **(Si a= 3 SCI, Si a= -2 SCI si a≠3,-2 SCD)**

b) Resuélvase para a = 3. **(x= 4λ, y= 2λ, z= λ)**

2016-Junio Pregunta A2.-

a) Despeje X en la ecuación matricial X $(CD)^{-1}$ = A + X ($D^{-1}C^{-1}$- B), siendo A, B, C, D matrices cuadradas invertibles. Exprese X de la forma más simple posible. **(X= A B^{-1})**

b) Para A = $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ B = $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ determine la matriz Y tal que Y B = A.

($\begin{pmatrix} \mathbf{-1/2} & \mathbf{-2} & \mathbf{1/2} \\ \mathbf{-1} & \mathbf{-1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{-1/2} & \mathbf{-1} & \mathbf{3/2} \end{pmatrix}$ **)**

2016-Junio Pregunta B1.- Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 3x + y + mz = 1 \\ x - y + 2z = -2 \\ 5x + (m+1)y + 2z = 4 \end{cases}$$

a) Discútase en función de los valores del parámetro m. **(Si m= 2 SCI, si m= -2 SI si m≠2, -2 SCD)**

b) Resuélvase para m = 0. **(x= -2, y= 7, z= 7/2)**

c) Resuélvase para m = 2. **(x= -1/4-λ, y= 7/4 + λ, z= λ)**

2016-Modelo Pregunta B3.- Se consideran las matrices A = $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ X = $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ O = $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

a) Calcular el valor o valores de λ que hacen que el determinante de la matriz M - λI = 0 **(λ= 3)**

b) Para λ = -1, resolver el sistema de ecuaciones lineales: (M - λI)X = O **(x= -t, y= t, z=0)**

GEOMETRÍA

2018-Modelo Pregunta A3.- Dados los planos $\pi_1 \equiv 3x+y + 2z -1 = 0$, $\pi_2 \equiv 2x-y + 3z -1 = 0$ y la recta r Ξ $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$

a) Hallar los puntos de la recta r equidistantes de π_1 y π_2. **(A(5,-3,-1), B(-11/5, 3/5, 13/5))**

b) Hallar el area del triángulo que forma el punto P(-2, 3, 2) con los puntos de intersección de r con π_1 y π_2. **(A= $3\sqrt{35}/4$ u^2)**

2018-Modelo Pregunta B3.- Dados los planos $\pi_1 \equiv x + y = 0$, $\pi_2 \equiv x = 0$ y el punto B(-1, 1, 1), se pide:

a) Determinar el punto B_0 , simetrico de respecto del plano ´ π_2. **(A(1, 1, 1))**

b) Obtener una ecuación de la recta r, contenida en el plano π_1, paralela al plano π_2 y que pasa por el punto B. **((x, y, z)= (-1, 1, 1) + λ (0, 0, -1))**

c) Hallar el ángulo que forman los planos π_1 y π_2. **(α=45º)**

2017-Junio Pregunta A2.- Dados los puntos P(1, -2, 1), Q(-4, 0, 1), R(-3, 1, 2), S(0, -3, 0), se pide:

a) Hallar la ecuación del plano que contiene a P, Q y R. **(π 2x+5y-7z+15=0)**

b) Estudiar la posición relativa de la recta r, que pasa por los puntos P y Q, y la recta s, que pasa por R y S. **(Se cortan)**

c) Hallar el área del triángulo formado por los puntos P, Q y R. **($\sqrt{78}/2$ u²)**

2017-Junio Pregunta B3.-

a) Determine la distancia entre las rectas $r_1 \equiv x = y = z$ y $r_2 \equiv \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ x - z + 1 = 0 \end{cases}$. $(\frac{\sqrt{2}}{2}\boldsymbol{u})$

b) Obtenga el punto de corte de la recta s ≡ x = 2-y = z-1 con el plano perpendicular a s, que pasa por el origen. **(1/3, 5/3, 4/3)**

2016-Junio Pregunta A3.- Dados los planos $\pi_1 \equiv ax+y-z+1=0$ y $\pi_2 \equiv x+ay+z-2=0$, determine, en caso de que existan, el valor o posibles valores del parámetro a, para cada uno de los siguientes supuestos:

a) Que π_1 y π_2 sean paralelos. **(a= -1)**

b) Que π_1 y π_2 sean perpendiculares. **(a=1/2)**

c) Que la recta intersección de π_1 y π_2 sea perpendicular al plano x = y **(a=1)**

2016-Junio Pregunta A4.- Dado el punto P(2, 1, -1), determine el punto simétrico de P respecto al plano que pasa por los puntos A(0, 2, -1), B(1, -3, 0) y C(2, 1, 1). **(0,1,1)**

2016-Junio Pregunta B2.- Se consideran los puntos A(0, 5, 3), B(0, 6, 4), C(2, 4, 2) y D(2, 3, 1) y se pide:

a) Comprobar que los cuatro puntos son coplanarios y que el polígono ABCD es un paralelogramo.

b) Calcular el área de dicho paralelogramo. **($2\sqrt{2}$ u²)**

c) Determinar el lugar geométrico de los puntos P cuya proyección sobre el plano ABCD es el punto medio del paralelogramo. ($\begin{cases} \boldsymbol{x = 1} \\ \boldsymbol{y = \frac{9}{2} + \lambda} \\ \boldsymbol{z = \frac{5}{2} - \lambda} \end{cases}$)

2016-Modelo Pregunta A3.- Dados el plano $\pi \equiv x + 2y - z = 5$ y la recta r≡ $\begin{cases} x + y - 2z = 1 \\ 2x + y - z = 2 \end{cases}$.

a) Determinar la ecuación del plano que contiene a la recta r y pasa por el punto P(1, 0, 1).

($\pi \equiv 3x + y - 3 = 0$)

b) Hallar la ecuación de la recta que es perpendicular al plano π y pasa por el punto Q(2, 1, 1).

($\begin{cases} \boldsymbol{x = 2 + \lambda} \\ \boldsymbol{y = 1 + 2\lambda} \\ \boldsymbol{z = 1 - \lambda} \end{cases}$)

2016-Modelo Pregunta A4.- Dados los puntos P(1, 1, 3) y Q(0, 1, 1), se pide:

a) Hallar todos los puntos R que equidistan de P y Q. Describir dicho conjunto de puntos.

($\pi \equiv 2x + 4z - 9 = 0$)

b) Hallar los puntos S contenidos en la recta que pasa por P y Q que verifiquen que d(P, S) = 2 d(Q, S). **(A(-1, 1, -1), B(1/3, 1, 5/3))**

2016-Modelo Pregunta B1.- Dados los planos $\pi_1 \equiv 3x + 4y - 5z - 7 = 0$, $\pi_2 \equiv x - 2y + z - 3 = 0$, se pide:

a) Hallar un vector unitario cuya dirección sea paralela a los planos π_1 y π_2. **($3/5\sqrt{2}$, $4/5\sqrt{2}$, $1/\sqrt{2}$)**

b) Hallar la distancia del punto P(3, -1, 2) al plano π_1. **($6\sqrt{2}/5$)**

c) Hallar el coseno del ángulo que forman los planos π_1 y π_2. **(- $\sqrt{3}/3$)**

ANÁLISIS

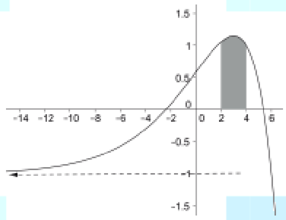
2018-Modelo Pregunta A2.- Dada la función f(x) = 2 cos(x) + |x - 1|, se pide:

a) Determinar el valor de f'(0). **(-1)**

b) Calcular la ecuación de la recta tangente a la curva y = f(x) en el punto de abscisa x = π. **(y= x – 3)**

c) Hallar el área del recinto plano limitado por la la curva y = f(x), el eje OX y las rectas x = π y x = 2π. **($3\pi^2/2$ – π u^2)**

2018-Modelo Pregunta B2.- El dibujo adjunto muestra la gráfica de la función f(x) = (6 - x) $e^{\frac{x-4}{3}}$ - 1. Se pide:



a) Calcular el área de la región sombreada. **(13- $\frac{21}{e^{\frac{2}{3}}}$ u^2)**

b) Determinar la abscisa del punto de la gráfica donde la recta tangente tiene pendiente máxima**. (x=0)**

c) Efectuando los calculos necesarios, obtener la ecuación de la asíntota que se muestra en el dibujo (flecha discontinua inferior). **(y= -1)**

2017-Junio Pregunta A3.- Se administra una medicina a un enfermo y t horas despúes la concentración en sangre del principio activo viene dada por c(t) = te$^{-t/2}$ miligramos por mililitro.

Determine el valor máximo de c(t) e indique en que momento se alcanza dicho valor máximo. **(2, 0.736)**

Sabiendo que la máxima concentración sin peligro es de 1 mg/ml, señale si en algún momento hay riesgo para el paciente. **(No llega a estar en riesgo)**

2017-Junio Pregunta A4.- Dada la función f(x)= $\frac{x2+x+6}{x-2}$, se pide:

a) Determinar su dominio y asíntotas verticales. **(Df(x)= R –{2}, A.V x= 2)**

b) Calcular $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}$. **(1)**

c) Calcular $\int_3^5 f(x)\,dx$. **(27,18)**

2017-Junio Pregunta B1.- Dada las funciones f(x)= $\frac{2}{x}$, g(x)= sen (x) se pide:

a) Calcular $\lim_{x \to 0} \left(f(x) - \frac{2}{g(x)}\right)$. **(0)**

b) Calcular la ecuación de la recta tangente a la curva y = f(x) en el punto (1/2 , 4). **(y= 8x + 8)**

c) Calcular el área delimitada por la curva y = f(x) y la recta y = -x + 3. **(0.114 u^2)**

2016-Junio Pregunta A1.- Dada la función:

F(x)= $\begin{cases} \frac{Ln\,(1-x)}{1-x} & si\ x < 0 \\ x\,e^{-x} & si\ x \geq 0 \end{cases}$, donde ln denota el logaritmo neperiano, se pide:

a) Escribe la continuidad de f(x) y calcular $\lim_{x \to -\infty} f(x)$. **(Función continua en todo R , 0**)

b) Calcular la recta tangente a la curva y= f(x), en x=2. **(y – 2e^{-2} = -e^{-2} (x – 2)**)

c) Calcular $\int_{-1}^{1} f(x)dx$. **(0.5)**

2016-Junio Pregunta B3.- a) Determine el polinomio f(x), sabiendo que f ‘’’(x) = 12, para todo x ∈ R y además verifica: f(1) = 3 ; f ‘(1) = 1 ; f’’(1) = 4. **(f(x)= 2x^3 – 4x^2 + 3x + 2)**

b) Determine el polinomio g(x), sabiendo que g’’(x) = 6, para todo x ∈ R y que además verifica:

$\int_0^1 g(x)\,dx = 5$, $\int_0^2 g(x)\,dx = 14$. **(g(x)= 3x^2 – 2x + 5)**

2016-Junio Pregunta B4.- Estudie la continuidad y la derivabilidad en x = 0 y en x = 1 de

F(x) = $\begin{cases} 0 & si\ x \leq 0 \\ |x\,Lnx| & si\ x > 0 \end{cases}$, donde ln denota el logaritmo neperiano. **(La función es continua en todo R y derivable en R – {0 , 1})**

2016-Modelo Pregunta A2.- Dada la función: f(x) = 2x^2 - x^3/3, se pide:

a) Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f(x). **(Crec: (-∞, 0)U(4, ∞), Decre: (0, 4))**

b) Determinar las coordenadas de sus extremos relativos. **(Mín: (0, 0), Máx: (4, 32/3))**

c) El valor máximo que puede tener la pendiente de una recta tangente a la gráfica de f(x). **(4)**

d) El volumen del cuerpo de revolución que se obtiene al girar la gráfica de la función en torno al eje OX, entre los puntos de corte de la misma con dicho eje. **(10368π/35 u³)**

2016-Modelo Pregunta B2.- Dada la función:

F(x) = $\begin{cases} |x| & si\ x < 1 \\ x\ e^{1-x} & si\ x \geq 1 \end{cases}$, se pide:

a) Estudiar su continuidad y derivabilidad y calcular la función derivada f' donde sea posible. (Función continua en todo R y derivable en todo R – {0,1})

b) Calcular $\int_{-1}^{1} f(x)\, dx$. **(1)**

c) Calcular $\int_{1}^{2} f(x)\, dx$. **(2 – 3/e)**

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

2018-Modelo Pregunta A4.- Sabiendo que el peso de los estudiantes varones de segundo de bachillerato se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal, de media 74 kg y desviación típica 6 kg, se pide:

a) Determinar el porcentaje de estudiantes varones cuyo peso está comprendido entre los 68 y 80 kg. **(68,26%)**

b) Estimar cuantos de los 1500 estudiantes varones, que se han presentado a las pruebas de la EvAU en una cierta universidad, pesan más de 80 kg. **(238 estudiantes.)**

b) Si se sabe que uno de estos estudiantes pesa más de 76 kg, ¿cuál es la probabilidad de que pese más de 86 kg? **(6,15%)**

2018-Modelo Pregunta B4.- En una bolsa hay 10 caramelos de fresa, 15 de menta y 5 de limón. Se extraen sucesivamente de la bolsa dos caramelos. Se pide:

a) Determinar la probabilidad de que el segundo de ellos sea de fresa. **(1/3)**

b) Determinar la probabilidad de que los dos sean de fresa. **(3/29)**

c) Sabiendo que el segundo ha sido de fresa, calcular la probabilidad de que lo haya sido tambien el primero. **(9/29)**

2017-Junio Pregunta B4.- El 40% de los sábados Marta va al cine, el 30% va de compras y el 30% restante juega a videojuegos. Cuando va al cine, el 60% de las veces lo hace con sus compañeros de baloncesto. Lo mismo le ocurre el 20% de las veces que va de compras, y el 80% de las veces que juega a videojuegos. Se pide:

a) Hallar la probabilidad de que el próximo sábado Marta no quede con sus compañeros de baloncesto. **(46%)**

b) Si se sabe que Marta ha quedado con los compañeros de baloncesto, ¿cuál es la probabilidad de que vayan al cine? **(44%)**

2017-Septiembre Pregunta A4.- Dados dos sucesos, A y B, de un experimento aleatorio, con probabilidades tales que $p(A) = 4/9$, $p(B) = 1/2$ y $p(A \cup B) = 2/3$, se pide:

a) Comprobar si los sucesos A y B son independientes o no. **(No son independientes)**

b) Calcular $p(\overline{A}|B)$, donde $\overline{A}$ denota el suceso complementario de A. **(4/9)**

2017-Modelo Pregunta B4.- En una población de cierta especie de cérvidos, el 43 % de los adultos son machos y el 57 % hembras. Se sabe que el 11 % de los machos adultos y el 4 % de las hembras adultas sufre alguna afección ocular. Se supone que se captura al azar un ejemplar adulto y se pide:

a) Determinar la probabilidad de que tenga alguna afección ocular**. (7,01%)**

b) Si el ejemplar capturado padeciere una afección ocular ¿cuál sería la probabilidad de que fuera un macho? **(67,48%)**

2017-Junio Coincidentes Pregunta B4.- En una empresa el 20% de los empleados son matemáticos, el 50% ingenieros y el resto no tiene carrera universitaria. Entre los matemáticos el 40% ocupa un cargo directivo, entre los ingenieros ese porcentaje se reduce a la mitad y entre el resto de los empleados es el 5%. Elegido un empleado al azar, se pide:

a) Determinar la probabilidad de que ocupe un cargo directivo. **(19,5%)**

b) Si ocupa un cargo directivo, ¿Cuál es la probabilidad de que sea matemático? **(41%)**

OPTIMIZACIÓN

Problema 1.- Con una cartulina de 8X5 metros se desea construir una caja sin tapa, de volumen máximo. Hallar las dimensiones de dicha caja. **(3 x 1 x 6)**

Problema 2.- Se pide calcular el volumen máximo de un paquete rectangular enviado por correo, que posee una base cuadrada y cuya suma de anchura + altura + longitud sea 108. **(Vmáx= 46656 u^3)**

Problema 3.- Un fabricante desea diseñar una caja abierta con base cuadrada y que tenga un área total de 108 metros cuadrados de superficie. ¿Qué dimensiones producen la caja de máximo volumen? Dato: La abertura de la caja es uno de los lados cuadrangulares. **(6 x 6 x 3)**

Problema 4.- Dado un cilindro de volumen 4 m^3, determinar sus dimensiones para que su área total sea mínima. **(h= 1,72m, R= 0,86m)**