MATEMÁTICAS CSS

2º BACHILLERATO

Cuadernillo intensivo selectividad

www.tipsacademy.es

ÁLGEBRA

2018-Modelo Pregunta A1.- Se considera la matriz A = $\begin{pmatrix} 0 & a & a \\ a & 0 & a \\ a & a & 0 \end{pmatrix}$

a) Determínense los valores de a para los que la matriz A es invertible. **(Todo a - 0)**

b) Para a = 1, despéjese y determínese la matriz X de la ecuación matricial A ·X = A+ 2Id, donde Id representa la matriz identidad de orden 3. **(X=** $\begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{pmatrix}$**)**

Pregunta B1.- Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a:

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x + y + z = 2 \\ 5x + 3y + az = a + 4 \end{cases}$$

a) Discútase en función de los valores del parámetro a. **(Si a= 3 SCI, si a≠3 SCD)**

b) Resuélvase para a = 1. **(x= -1, y= 3, z= 1)**

2017-Septiembre Pregunta A1.- Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a:

$$\begin{cases} x - 2y - z = -2 \\ -2x \quad\quad - az = 2 \\ \quad\quad y + az = -2 \end{cases}$$

a) Discútase en función de los valores del parámetro a. **(Si a= 2/3 SI, si a≠2/3 SCD)**

b) Resuélvase para a = 4. **(x= 1, y= 2, z= -1)**

Pregunta B1.- Se considera las matrices: A= $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ y C= $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

a) Determínese la matriz C^{40} . **(C^{40}= I)**

b) Calcúlese la matriz X que verifica X · A + 3B = C. **(X=** $\begin{pmatrix} \mathbf{13} & \mathbf{17} \\ \mathbf{-1} & \mathbf{-8} \end{pmatrix}$**)**

2017-Junio Pregunta A1.- Se consideran las matrices: A= $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -k \\ 1 & -2 & 1 \\ k & 2 & -1 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

a) Discútase para qué valores del parámetro real k la matriz A tiene matriz inversa. **(k ≠ -1,1)**

b) Determínese con k = 0 la matriz X q verifica la ecuación A · X = B. **(X=** $\begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{2} & \mathbf{5} \\ \mathbf{1/2} & \mathbf{-1/2} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{1} & \mathbf{-1} & \mathbf{-7} \end{pmatrix}$**)**

2017-Junio Pregunta B1.- Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a:

$$\begin{cases} x - ay + 2z = 0 \\ ax - 4y - 4z = 0 \\ (2-a)x + 3y - 2z = 0 \end{cases}$$

a) Discútase en función de los valores del parámetro a. **(Si a= 3 SCI, Si a= -2 SCI si a≠3,-2 SCD)**

b) Resuélvase para a = 3. **(x= 4λ, y= 2λ, z= λ)**

2016-Junio Pregunta A1.- Considera las matrices: A= $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 7 & 4 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y C= $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) Calcúlese el determinante de la matriz $A \cdot C \cdot C^T \cdot A^{-1}$. **(1)**

b) Calcúlese la matriz M = A · B. ¿Existe M^{-1}? **(M=** $\begin{pmatrix} \mathbf{16} & \mathbf{11} \\ \mathbf{37} & \mathbf{26} \\ \mathbf{33} & \mathbf{21} \end{pmatrix}$**)**

Pregunta B1.- Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 3z = 0 \\ x + ay + 2z = 0 \end{cases}$$

a) Discútase en función de los valores del parámetro a. **(Si a= 2 SCI, si a≠2 SCD)**

b) Resuélvase para a = 0. **(x= 1, y= 1/4, z= -1/2)**

2018-Modelo Pregunta A1.- Se considera la matriz A = $\begin{pmatrix} k & -1 & 0 \\ -7 & k & k \\ -1 & -1 & k \end{pmatrix}$

a) Determínense los valores de k para los que la matriz A es invertible. **(k ≠ 0, 2, 3)**

b) Para k = 1, despéjese y determínese la matriz X de la ecuación matricial X ·A = Id, donde Id representa la matriz identidad de orden 3. **(X=** $\begin{pmatrix} -1/2 & -1/4 & 1/4 \\ -3/2 & -1/4 & 1/4 \\ -2 & -1/2 & 3/2 \end{pmatrix}$**)**

Pregunta B1.- Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a:

$$\begin{cases} (a-1)x+y+z=1 \\ x+(a-1)y+(a-1)z=1 \\ x+az=1 \end{cases}$$

a) Discútase en función de los valores del parámetro a. **(Si a= 2 SCI, si a= 0 SI si a≠ 0,2 SCD)**

b) Resuélvase para a = 3. **(x= 1/3, y= 1/9, z= 2/9)**

PROGRAMACIÓN LINEAL

2018-Modelo Pregunta A2.- Una bodega desea fijar el precio de venta al público de las 250 botellas de vino blanco y de las 500 de vino tinto que tiene en stock. Para no incurrir en pérdidas saben que el precio de venta al público de la botella de vino blanco debe ser como mínimo de 3 euros, de la misma manera el precio de venta al público de la botella de vino tinto debe ser de, como mínimo, 4 euros. Además saben que, para ser competitivos con esos precios de venta al público, el coste de 2 botellas de vino blanco y una de tinto debería ser a lo sumo 15 euros. Por el mismo motivo, el coste total de una botella de vino blanco y una de tinto no debe sobrepasar los 10 euros. Determínense los respectivos precios de venta al público por unidad de las botellas de vino blanco y de las de vino tinto, para que el ingreso total al vender el stock de 250 botellas de vino blanco y 500 de vino tinto sea máximo. **(4250 €, Blanco 3€, Tinto 7€)**

2017-Septiembre Pregunta A2.- Se considera la región del plano S definida por:

$1 \le x \le 5$; $2 \le y \le 6$; $x - y \ge -4$; $3x - y \le 10$.

a) Represéntese gráficamente la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices. **(A(1,2), B(4,2), C(5,5), D(5,6) E(2,6), F(1,5))**

b) Calcúlense los valores máximo y mínimo de la función $f(x, y) = -200x + 600y$ en la región S y obténganse los puntos de S donde se alcanzan dichos valores. **(Máx E(2,6) 3200; Mín B(4,2) 400)**

2017-Junio Pregunta A2.- Considérese la región del plano S definida por:

$S = (x, y) \in R^2 : x + 6y \geq 6 \ ; \ 5x - 2y \geq -2 \ ; \ x + 3y \leq 20 \ ; \ 2x - y \leq 12$.

a) Represéntese gráficamente la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices. **(A(6,0), B(0,1), C(2,6), D(8,4))**

b) Determínense los puntos en los que la función $f(x, y) = 4x - 3y$ alcanza sus valores máximo y mínimo en S, indicando el valor de $f(x, y)$ en dichos puntos. **(Máx A(6,0) 24; Mín C(2,6) -10)**

2016-Junio Pregunta A2.- Sea S la región del plano definida: $y + x \leq 5$; $y - x \leq 3$; $1 \ 2 \ x - y \leq -2$.

a) Represéntese la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices. **(A(-2,1), B(1,4), C(2,3))**

b) Obténganse los valores máximo y mínimo de la función $f(x, y) = 2x + y$ en la región S indicando los puntos de S en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo. **(Máx B(2,3) 7; Mín A(-2,1) -3)**

2016-Septiembre Pregunta A2.- Sea S la región del plano definida por:

$2x - y \geq 1$; $2x - 3y \leq 6$; $x + 2y \geq 3$; $x + y \leq 8$; $y \leq 3$.

a) Represéntese la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices. **(A(3,0), B(1,1), C(2,3), D(5,3), E(6,2))**

b) Obténganse los valores máximo y mínimo de la función $f(x, y) = 2x + y$ en la región S, indicando los puntos en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo. **(Máx E(6,2) 14; Mín B(1,1) 3)**

ANÁLISIS

2018-Modelo Pregunta A3.- Se considera la función real de variable real $f(x) = 4x^3 - 12x^2 + 16$.

a) Calcúlese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f(x) en el punto de abscisa x = 1. **(y= -12x+20)**

b) Calcúlese el área de la región limitada por la gráfica de f(x), el eje de abscisas y las rectas x = -2 y x = 3. **(A= 59 u^2)**

Pregunta B2.- Se considera la función real de variable real $f(x) = (3x^2 + 3)/ x$.

a) Calcúlense el dominio y las asíntotas de f(x). **(Df(x)= R- {0}, AV: x=0, AO: y= 3x)**

b) Determínense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento. **(Crec: (-∞, -1)U(1, ∞), Decre: (-1,0)U(0,1))**

Pregunta B3.- El beneficio diario (en miles de euros) de una empresa productora de cemento viene dado por la función: $f(x) = -2x^2 + 14x - 12$ donde x expresa las toneladas de cemento producidos al día. Se sabe que la producción diaria de cemento está entre 0 y 8 toneladas, es decir, $x \in [0, 8]$.

a) Calcúlense f(0) y f(8) e interprétense los resultados en el contexto del problema. Hállense las toneladas de cemento que deben producirse diariamente para obtener el máximo beneficio posible. **(f(0)= -12, f(8)= -28, 3,5 toneladas q son 12500€)**

b) Determínese entre qué valores debe estar la producción diaria de cemento para que la empresa no tenga pérdidas. **(Entre 1 y 6 toneladas)**

2017-Septiembre Pregunta A3.- Se considera la función real de variable real:

$$f(x) = \begin{cases} ax + 1, & x < -1 \\ x2 + x - 2, & x \geq -1 \end{cases}$$

a) Calcúlese el valor del parámetro real a para que f(x) sea una función continua en todo su dominio. **(a=3)**

b) Para a = 2, calcúlense los puntos de corte de la gráfica de la función con los ejes cartesianos. Determínense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento. **(Ptos de corte (1,0), (0,-2), Crece: (-∞, -1)U(-1/2, ∞) , Decrece (-1,-1/2))**

Pregunta B2.- Se considera la función real de variable real f(x) = $(x^2 - 1)/(3x - 2)$.

a) Calcúlense las asíntotas de f(x). **(AV: x=2/3, AO: y= 1/3x + 2/9)**

b) Determínense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento. **(Crec: (-∞, 2/3)U(2/3, ∞))**

Pregunta B3.- Se considera la función real de variable real f(x) = $x^2 + ax$.

a) Calcúlese el valor del parámetro real a para que la función f(x) tenga un extremo relativo en x = 2. Determínese si se trata de un máximo o un mínimo local. **(x=2 es un mín)**

b) Para a = -2, hállese el área del recinto acotado por la gráfica de f(x), el eje de abscisas y las rectas x = 0 y x = 2. **(A= 4/3 u^2)**

2017-Junio Pregunta A3.- a) Determínese el valor de la derivada de la función f(x) = $e^x/(1 + x)$ en el punto de abscisa x = 0. **(0)**

b) Estúdiense las asíntotas de la función f(x) = $x^3/(1 - x^2)$. **(AV: x=1, x= -1, AO: y= -x)**

Pregunta B2.- Considérese la función real de variable real: f(x)= $x^3 - 3x$.

a) Calcúlese $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{1-x3}$ y $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}$ **(-1, -3)**

b) Estúdiense los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f(x). **(Crece:(-∞,-1)U(1, ∞); Decrece: (-1,1))**

Pregunta B3.- Se considera la función real de variable real:

$$f(x) = \begin{cases} 2/(x+2), & x \le 0 \\ x+2, & x > 0 \end{cases}$$

a) Estúdiese la continuidad de f(x) en R. **(Continua en todo R – {0,-2})**

b) Calcúlese $\int_{-1}^{0} f(x)\ dx$ **(2Ln2)**

2016-Junio Pregunta A3.- Se considera la función real de variable real: $f(x) = x^3 + 8$.

a) Determínese el área de la región acotada delimitada por la gráfica de f(x), el eje de abscisas y por las rectas x = -3 y x = -1. **(12,5 u²)**

b) Calcúlese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f(x) en el punto de abscisa x = 1. **(y= 3x + 6)**

ESTADÍSTICA

Problema1. El número de megabytes (Mb) descargados mensualmente por el grupo de clientes de una compañía de telefonía móvil con la tarifa AAAA se puede aproximar por una distribución normal con media 3,5Mb y desviación típica igual a 1,4Mb. Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 49.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral sea inferior a 3,37 Mb? (0.2578)

b) Supóngase ahora que la media poblacional es desconocida y que la media muestral toma el valor de 3,42 Mb. Obténgase un intervalo de confianza al 95% para la media de la población. (3.03;3.81)

Problema2. El tiempo diario que los adultos de una determinada ciudad dedican a actividades deportivas, expresada en minutos, se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μdesconocida y desviación típica $\sigma = 20$ minutos.

a) Para una muestra aleatoria simple de 250 habitantes de esa ciudad se ha obtenido un tiempo medio de dedicación a actividades deportivas de 90minutos diarios. Calcúlese un intervalo de confianza al 90% para μ. **(87,93;92,07)**

b) ¿Qué tamaño mínimo debe de tener una muestra aleatoria simple para que el error máximo cometido en la estimación de μpor la media muestral sea menor que 1 minuto con el mismo nivel de confianza del 90%? **(1082)**

Problema3. El precio (en euros) del metro cuadrado de las viviendas de un determinado municipio se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μdesconocida y desviación típica $\sigma = 650$ euros.

a) Se toma una muestra aleatoria simple y se obtiene un intervalo de confianza (2265,375; 2424,625) para μcon un nivel de confianza del 95%. Calcúlese la media muestral y el tamaño de la muestra elegida. (μ= **2345, n= 256**)

b) Tomamos una muestra aleatoria simple de tamaño 225. Calcúlese el error máximo cometido en la estimación de μpor la media muestral con un nivel de confianza del 99%. **(111,367)**

Problema4. La producción diaria de leche, medida en litros, de una granja familiar de ganado vacuno se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ desconocida y desviación típica $\sigma = 50$ litros.

a) Determínese el tamaño mínimo de una muestra aleatoria simple para que el correspondiente intervalo de confianza para $\mu 95\%$ tenga una amplitud a lo sumo de 10 litros. **(384)**

b) Se toman los datos de producción de 25 días escogidos al azar. Calcúlese la probabilidad de que la media de las producciones obtenidas, $\bar{X}$, sea menor o igual a 940 litros si sabemos que $\mu = 950$ litros. **(0,1587)**

Problema5. El peso por unidad, en gramos, de la gamba roja de Palamós, se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ desconocida y desviación típica $\sigma = 5$ gramos.

a) Se ha tomado una muestra aleatoria simple de 25 gambas y la media de sus pesos ha sido$\bar{X} = 70$gramos. Calcúlese un intervalo de confianza al 95% para μ. **(68,04;71,96)**

b) Si sabemos que $\mu = 70$ gramos, y se consideran los peses de las 12 gambas de una caja como una muestra aleatoria simple, calcúlese la probabilidad de que el peso total de esas 12 gambas sea mayor o igual que 855 gramos. **(0,1977)**

Problema6. El tiempo, en minutos, que los empleados de unos grandes almacenes tardan en llegar a su casa se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media desconocida μ y desviación típica $\sigma = 5$.

a) Se toma una muestra aleatoria simple de 64 empleados y su media muestral es $\bar{X} = 30$ minutos. Determínese un intervalo de confianza al 95% para μ. **(28.775; 31.225)**

b) ¿Qué tamaño mínimo debe tener una muestra aleatoria simple para que el correspondiente intervalo de confianza para μ al 99% tenga una amplitud a lo sumo de 10 minutos. **(7)**

Problema7. El tiempo, en meses, que una persona es socia de un club deportivo, se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media desconocida μ y desviación típica $\sigma = 9$.

1. Se toma una muestra aleatoria simple de 100 personas que han sido socias de ese club y se obtuvo una estancia media de $\bar{X} = 8{,}1$mese. Determínese un intervalo de confianza al 90% para μ. **(6,6195;9,5805)**

2. Sabiendo que para una muestra aleatoria simple de 144 personas se ha obtenido un intervalo de confianza (7'766; 10'233) para μ, determínese el nivel de confianza con el que se obtuvo dicho intervalo. **(90%)**

Problema8. El consumo familiar diario de electricidad (en kW) en cierta ciudad se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ y desviación típica 1,2 kW. Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 50. Calcúlese:

1. La probabilidad de que la media muestral esté comprendida entre 6 kW y 6,6 kW, si μ=6,3kW. **(0,9232)**

2. El nivel de confianza con el que se ha calculado el intervalo de confianza (6,1; 6,9) para la media del consumo familiar diario. **(98%)**

PROBABILIDAD

Problema 1. En un instituto se ofertan tres modalidades excluyentes, A, B y C, y dos idiomas excluyentes, inglés y francés. La modalidad A es elegida por un 50% de los alumnos, la B por un 30% y la C por un 20%. También se conoce que han elegido inglés el 80% de los alumnos de la modalidad A, el 90% de la modalidad B y el 75% de la C, habiendo elegido francés el resto de los alumnos.

1. ¿Qué porcentaje de estudiantes del instituto ha elegido francés?. **(18%)**

2. Si se elige al azar un estudiante de francés, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la modalidad A?. **(0,555)**

Problema 2. Sean A y B dos sucesos de un mismo espacio muestral tales que P(A) = 0, 7, P(B) = 0, 6 y P(A ∪ B) = 0, 9.

1. Justifica si A y B son independientes. **(No lo son)**

2. Calcula P(A/$\overline{B}$) y P(B/$\overline{A}$), donde A y B son los contrarios de A y B, respectivamente. **(0, 75 y 0,6666)**

Problema 3. Tres bolsas idénticas contienen bolas de cristal: la primera, 6 lisas y 4 rugosas; la segunda, 5 lisas y 2 rugosas; y la tercera 4 lisas y 7 rugosas. Determina:

1. La probabilidad de que al extraer una bola al azar de una bolsa al azar sea rugosa. **(0,44)**

2. Se ha hecho una extracción de una bola al azar y ha resultado ser lisa. ¿Cúal es la probabilidad de que haya sido de la primera bolsa?. **(0,36)**

3. En la extracción anterior se nos ha caído la bola al suelo y se ha roto. ¿Cuáles son las probabilidades de que en una nueva extracción al azar salga rugosa? **(0,49)**

Problema 4. En un experimento aleatorio, la probabilidad de un suceso A es dos veces la probabilidad de otro suceso B, y la suma de la probabilidad de A y la probabilidad del suceso contrario a B es 1,3. Se sabe, además, que la probabilidad de la intersección de A y B es 0,18. Calcular la probabilidad de que:

1. Se verifique el suceso A o se verifique el suceso B. **(0,72)**

2. Se verifique el suceso contrario de A o se verifique el suceso contrario de B. **(0,82)**

3. ¿Son independientes los sucesos A y B?. **(Son independientes)**

Problema 5. Se dispone de tres monedas. La primera de ellas está trucada, de forma que la probabilidad de obtener cara es 0,4. La segunda moneda tiene dos cruces y la tercera moneda también está trucada de modo que la probabilidad de obtener cara es 0,6. Se pide:

1. Escribir el espacio muestral correspondiente al lanzamiento de estas tres monedas, sucesivamente y en el orden indicado. (E = {(CXC),(CXX),(XXC),(XXX)})

2. Probabilidad de que se obtengan, exactamente, 2 cruces. **(0,52)**

3. Probabilidad del suceso A = (CARA, CRUZ, CARA). **(0,24)**

4. Probabilidad de obtener, al menos, una cara. **(0,76)**

Problema 6. Tres máquinas, A, B y C, producen el 50%, el 30% y el 20%, respectivamente, del total de los objetos de una fábrica. Los porcentajes de producción defectuosa de estas máquinas son, respectivamente, el 3%, el 4% y el 5%.

1. Si selecciona un objeto al azar, ¿qué probabilidad tiene de salir defectuoso? **(0,037)**

2. Suponiendo que es defectuoso, ¿cúal es la probabilidad de que haya sido fabricado por la máquina A? **(0,405)**

Problema 7. En un estudio realizado en cierta universidad, se ha determinado que un 20% de sus estudiantes no utiliza transportes públicos para acudir a sus clases y que un 65% de los estudiantes que utilizan transportes públicos, también hacen uso del comedor universitario. Calcula la probabilidad de que seleccionando al azar un estudiante en esa universidad, resulte ser usuario de los transportes públicos y del comedor universitario. Justifica la respuesta. **(0,52)**

Problema 8. De los tornillos que produce una fábrica, el 60% son producidos por la máquina A, y el resto, por la máquina B. Supóngase que el 12% de los tornillos producidos por A son defectuosos y que el 8% de los producidos por B son defectuosos.

1. Elegido al azar un tornillo producido por esa fábrica, ¿cúal es la probabilidad de que sea defectuoso?**(0,1)**

2. Se elige al azar un tornillo y resulta que es defectuoso. ¿Cúal es la probabilidad de que haya sido producido por la máquina A? **(0,72)**

Problema 9 Un determinado club tiene un 75% de sus miembros que son hombres y un 25% que son mujeres. De este club tienen teléfono móvil un 25% de los hombres y un 50% de las mujeres.

1. Calcula el porcentaje de miembros de este club que no tienen teléfono móvil. **(0,6875)**

2. Calcula la probabilidad de que un miembro de este club elegido al azar entre los que tienen teléfono móvil sea mujer. **(0,4)**

Problema 10. Se ha realizado una encuesta entre los estudiantes de una universidad para conocer las actividades que realizan en el tiempo libre. El 80% de los entrevistados ve la televisión o lee; el 35% realiza ambas cosas y el 60%, no lee. Para un estudiante elegido al azar, calcula la probabilidad de que:

1. Vea la televisión y no lea. **(0,4)**

2. Lea y no vea la televisión. **(0,05)**

3. Haga solamente una de las dos cosas. **(0,45)**

4. No haga ninguna de las dos cosas. **(0,2)**

OPTIMIZACIÓN

Problema 1.- Con una cartulina de 8X5 metros se desea construir una caja sin tapa, de volumen máximo. Hallar las dimensiones de dicha caja. **(3 x 1 x 6)**

Problema 2.- Se pide calcular el volumen máximo de un paquete rectangular enviado por correo, que posee una base cuadrada y cuya suma de anchura + altura + longitud sea 108. **(Vmáx= 46656 u^3)**

Problema 3.- Un fabricante desea diseñar una caja abierta con base cuadrada y que tenga un área total de 108 metros cuadrados de superficie. ¿Qué dimensiones producen la caja de máximo volumen? Dato: La abertura de la caja es uno de los lados cuadrangulares. **(6 x 6 x 3)**

Problema 4.- Dado un cilindro de volumen 4 m^3, determinar sus dimensiones para que su área total sea mínima. **(h= 1,72m, R= 0,86m)**