



MATEMÁTICAS

2º BACHILLERATO
Aplicación de las derivadas

APLICACIÓN DE LAS DERIVADAS

- Calcula los coeficientes a , b y c de la función $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$, sabiendo que:
 - La ecuación de la recta tangente a f en $x = 0$ es $y = x$.
 - Tiene un extremo relativo en el punto $(-1, 0)$. **Sol. $a=3, b=3$.**
- Halla a , b , c y d para que $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tenga un máximo relativo en el punto $(0, 4)$ y un mínimo relativo en el punto $(2, 0)$. **Sol. $a = 1, b = -3, c = 0$.**
- Sea $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ un polinomio que cumple $f(1) = 0$, $f'(0) = 2$ y tiene dos extremos relativos para $x = 1$ y $x = 2$. Halla a , b , c y d . **Sol. $a = 1/3, b = -3/2, c = 2; d = -5/6$.**
- La función de coste total de producción de x unidades de un determinado producto es: $C(x) = 1/2 x^2 + 3x + 200$. Se define la función de coste medio por unidad como: $Q(x) = C(x) / x$.
¿Cuál debe ser la producción para que sea mínimo el coste medio por unidad? **Sol. 20 unidades.**
- Una empresa quiere producir $C(t) = 200 + 10t$ unidades de un producto para vender a un precio $p(t) = 200 - 2t$ euros por unidad, siendo t el número de días transcurridos desde el inicio de la producción.
 - Calcula el beneficio si $t = 10$. **Sol. 54.000€.**
 - Escribe, dependiendo de t , la función de beneficio ($0 \leq t \leq 60$). **Sol. $B(t) = -20t^2 + 1600t + 40000$**
 - Determina cuándo el beneficio es máximo. **Sol. 72.000€**
- Se quiere fabricar una caja de volumen máximo que sea el doble de larga que de ancha y que, además, la suma del ancho más el largo más el alto sea igual a un metro. Calcula las medidas que debe tener la caja y cuál será su volumen **Sol. $2/9$ y $1/3$ y el volumen = $8/243 \text{ m}^3$**
- Una empresa dispone de 15 comerciales que proporcionan unos ingresos por ventas de 5750 euros mensuales cada uno. Se calcula que, por cada nuevo comercial que se contrate, los ingresos de cada uno disminuyen en 250 euros. Calcula:
 - La función que determina los ingresos mensuales que se obtendrían si se contrataran x comerciales más. **Sol. $I(x) = -250x^2 + 2000x + 86250$**
 - El número total de comerciales que debe tener la empresa para que los ingresos sean máximos, y cuáles serían estos. **Sol. 19 comerciales**
- Los beneficios de una empresa en sus primeros 8 años de funcionamiento vienen dados, en millones de euros, por la función: $B(t) = t^3/4 - 3t^2 + 9t$, $0 \leq t \leq 8$, t en años.
 - Estudia la monotonía de $B(t)$ y sus extremos. **Sol. La función es creciente en los intervalos $(0, 2)$ y $(6, 8)$; y es decreciente en el intervalo $(2, 6)$. Los puntos $(0, 0)$ y $(6, 0)$ son mínimos absolutos; y los puntos $(2, 8)$ y $(8, 8)$ son máximos absolutos.**
 - Describe la evolución de los beneficios de la empresa en sus 8 años de existencia.

9. Se desea construir el marco para una ventana rectangular de 6 m^2 de superficie. El metro lineal de tramo horizontal cuesta $2,50 \text{ €}$ y el de tramo vertical, 3 € .

a) Calcula las dimensiones de la ventana para que el coste del marco sea mínimo. **Sol. 2.68m; 2.23m**

b) ¿Cuál será ese coste mínimo? **Sol. 26,83 €**

10. En un cuadrado de lado 10 cm queremos apoyar la base de un cilindro cuya área lateral es 50 cm^2 . ¿Cuál debe ser el radio del cilindro para que su volumen sea máximo? **Sol. 5 m**